

М. П. БОБНЕВ



ГЕНЕРИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ И ИЗМЕРЕНИЕ ИХ ПАРАМЕТРОВ



«ЭНЕРГИЯ»

БИБЛИОТЕКА ПО РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ

М. П. БОБНЕВ

ГЕНЕРИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ И ИЗМЕРЕНИЕ ИХ ПАРАМЕТРОВ

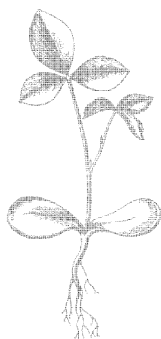


ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»

МОСКВА

1966

ЛЕНИНГРАД



Scan AAW

В книге рассмотрены принципы генерирования случайных сигналов, обладающих заданными статистическими характеристиками. Приводятся практические схемы некоторых типов генераторов и дается обоснование выбора их основных параметров. Рассматриваются некоторые способы измерения характеристик случайных сигналов и проводится оценка погрешностей измерений.

Книга предназначена для специалистов по радиотехнике и автоматике, занимающихся исследованием помехоустойчивости и статистической динамики различных систем.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
<i>Глава первая. Генерирование импульсных и непрерывных случайных сигналов со сплошным спектром в области низких частот</i>	7
1. Краткие сведения о первичных источниках случайных напряжений	7
2. Получение низкочастотных флуктуаций путем синхронного детектирования узкополосных шумов	17
3. Генерирование квазислучайных инфранизкочастотных сигналов	23
4. Генерирование случайных по моментам появления (пуассоновских) импульсов	28
5. Генерирование случайных по деятельности прямоугольных импульсов	34
6. Генерирование периодических прямоугольных импульсов со случайной амплитудой	38
<i>Глава вторая. Генерирование случайных сигналов с заданными статистическими характеристиками</i>	45
7. Способы получения случайных напряжений с равномерным законом распределения амплитуд	45
8. Использование нелинейных преобразований для получения напряжений с заданным законом распределения мгновенных значений	54
9. Получение напряжения с заданной одномерной плотностью вероятностей методом задания вероятностей состояний каналов	57
10. Получение инфранизкочастотных флуктуаций с заданной корреляционной функцией	64
11. Имитация сигналов доплеровских навигационных систем	75
<i>Глава третья. Стабилизация и измерение основных параметров случайных сигналов</i>	80
12. Общие замечания	80
13. Способы стабилизации мощности флуктуаций	81
14. Измерение среднего значения в дисперсии случайных напряжений	87
15. Определение одномерных законов распределения	96
16. Коррелометры и спектроанализаторы	100
Литература	117

ВВЕДЕНИЕ

В ряде отраслей науки и техники изучение влияния случайных возмущений на протекание тех или иных физических процессов является основной целью экспериментального исследования. С появлением математических машин наблюдение самого явления или его физическое моделирование все более часто заменяется математическим моделированием. Моделируются различные явления природы, технические устройства и даже биологические процессы. Моделирование процессов, протекающих при воздействии случайных возмущений, требует моделирования и самого возмущения. Задачу эту призваны решать генераторы случайных сигналов.

Случайный сигнал отличается от регулярного прежде всего тем, что может быть задан в виде детерминированной функции времени только на ограниченном интервале. На неограниченно длинном интервале времени случайный сигнал может быть задан только теми или иными вероятностными характеристиками. Любая из этих характеристик может быть определена только в результате усреднения, или по времени, или по реализациям процесса. Указанное обстоятельство оказывает решающее влияние на всю проблему генерирования случайных сигналов, измерения и стабилизации их параметров.

Исследования в различных областях науки и техники требуют получения самых различных по своим параметрам случайных сигналов. Наиболее часто на аналоговых математических машинах моделируются системы автоматического управления. Модели этих систем, как правило, с точки зрения их электрического эквивалента представляют собой линейные или нелинейные узкополосные фильтры нижних частот.

В качестве полезного воздействия и возмущения для таких систем рассматриваются сигналы детерминированные или случайные с заданными статистическими характеристиками. Естественно, что как полезные сигналы, так и случайные возмущения должны иметь спектральные плотности, перекрывающиеся с полосами пропускания исследуемых систем, т. е. должны обладать сплошными контролируемыми и регулируемые спектрами в области низких частот вплоть до нулевой частоты. Рассмотрению методов генерации такого типа сигналов посвящается гл. 1.

Наряду с чисто случайными сигналами имитировать случайные возмущения можно, используя так называемые псевдослучайные сигналы, имеющие дискретный спектр, но столь большой период повторения, что рассматриваемые на ограниченном интервале времени они ничем не отличаются от случайных. Один из способов получения такого сигнала рассматривается в книге.

Важную роль в практике исследования помехоустойчивости и надежности играют так называемые пуассоновские потоки случайных по моментам появления импульсов. Один из возможных способов получения такого сигнала также рассмотрен в книге.

Для исследования линейных систем достаточно иметь возможность задавать среднее значение, дисперсию, функцию корреляции или связанную с ней преобразованием Фурье спектральную плотность случайного сигнала. При исследовании воздействия случайных сигналов на нелинейные схемы оказывается необходимым задавать кроме указанных характеристик также и одномерную плотность вероятностей.

В природе и технике преобладают случайные процессы, подчиняющиеся нормальному закону распределения, которые исчерпывающим образом характеризуются корреляционной функцией и математическим ожиданием. Методы получения нормальных случайных сигналов с заданными корреляционными функциями рассмотрены в гл. 2.

Наряду с сигналами, спектральная плотность которых начинается у нулевой частоты, рассматривается способ получения узкополосных случайных сигналов на примере имитации полезного сигнала доплеровского измерителя вектора путевой скорости.

Основное внимание в книге уделяется описанию устройств, в которых задаются и формируются требуемые статистические характеристики.

В книге приводятся методы получения стационарных процессов. Это обусловлено прежде всего тем, что такие сигналы наиболее часто встречаются на практике, а также тем, что переход от стационарного сигнала к сигналу с простейшей нестационарностью (изменчивостью математического ожидания, дисперсии или частоты повторения импульсов) легко осуществить в генераторе.

Задача генерирования случайных сигналов неразрывно связана с задачей измерения и стабилизации их параметров. При задании того или иного параметра сигнала необходимо его непрерывно контролировать. Именно этим обстоятельством и вызвана необходимость наряду со способами генерации случайных сигналов рассмотреть способы контроля их параметров.

Материал книги базируется в основном на статьях, опубликованных в отечественных и зарубежных журналах. Приводится много практических проверенных принципиальных схем. Схемы, заимствованные из иностранной литературы, переведены на отечественные радиолампы.

Если читателя заинтересует тот или иной конкретный вопрос, он может обратиться к первоисточнику, который легко найти в приведенной библиографии.

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ГЕНЕРИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ И НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ СО СПЛОШНЫМ СПЕКТРОМ В ОБЛАСТИ НИЗКИХ ЧАСТОТ

1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ПЕРВИЧНЫХ ИСТОЧНИКАХ СЛУЧАЙНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

В любом генераторе шумов имеется первичный источник случайного сигнала, который путем преобразования с помощью линейных или нелинейных цепей превращают в сигнал с требуемыми статистическими характеристиками. В литературе описано большое количество первичных источников шума. Достаточно полная систематизация этого материала, а также большое количество практических схем и рекомендации по выбору основных параметров схем содержатся в [Л. 1]. Поэтому здесь эти вопросы опущены. В то же время необходимо хотя бы качественно проанализировать различные источники шума, что облегчит выбор требуемого источника для создания того или иного типа генератора случайных сигналов. Несколько подробнее рассмотрены источники, использующие явления радиоактивного распада, так как они являются весьма перспективными и в то же время не упомянуты в [Л. 1].

В качестве первичных источников случайных сигналов могут использоваться самые различные устройства: все типы активных резисторов, полупроводниковые приборы (диоды и триоды), электронные лампы, все типы газоразрядных приборов, фотоэлементы, фотоумножители, фоторезисторы. В качестве первичного источника шумов может быть использовано любое устройство, имеющее большой коэффициент усиления: усилитель

промежуточной частоты, широкополосный усилитель и т. п. В каждом конкретном случае конструирования генератора случайных сигналов должен быть выбран конкретный тип устройства, предназначенного для работы в задающем генераторе прибора, с учетом целого ряда факторов. Основным из них является простота дальнейших преобразований случайного сигнала, в результате которых на выходе прибора получается случайный сигнал с требуемыми характеристиками.

Важно также требование стабильности генерируемых сигналов во времени, взаимозаменяемость приборов и срок их службы, а также такие характеристики первичных источников непрерывных случайных сигналов как мощность и ширина спектра генерируемого сигнала.

В зависимости от физической природы флуктуаций в различных приборах их спектральные плотности отличаются весьма сильно. Так, например, для проволочного резистора спектральная плотность при комнатной температуре составляет $4 \cdot 10^{-21}$ вт/гц, а для тиратронов ее максимальное значение 10^{-4} — 10^{-5} вт/гц. В связи с этим проволочные резисторы применяют только в эталонных источниках шума, используемых для точных измерений, при калибровке приборов и в радиоастрономии; тиратроны применяют в большинстве генераторов низкочастотных случайных сигналов.

Для задающих генераторов, в которых используются источники ядерного излучения, важнейшим являются характеристики как самих источников излучения, так и их детекторов. В качестве характеристик последних должны рассматриваться максимальная частота генерируемых случайных импульсов и их амплитуда. Различным типам детекторов присуще различное время возбуждения процесса ионизации или свечения, а также время рекомбинации или перехода из возбужденного в спокойное состояние. Необходимо также учитывать требования, которые предъявляет детектор к величине и стабильности питающего напряжения.

Кратко остановимся на наиболее распространенных типах первичных источников.

Газоразрядные источники шумов. Наиболее широко в качестве первичных источников шума в самых различных диапазонах частот используются газоразрядные приборы. Для получения низкочастотных шумов (от не-

скольких сот герц до нескольких мегагерц) используются тиратроны с горячим или холодным катодами, стабилитроны и неоновые лампы. Для генерации шумов в диапазоне СВЧ используются специально разработанные для этих целей газоразрядные трубки.

Тиратрон как источник шумового напряжения изучен далеко недостаточно. К настоящему времени наиболее распространенная гипотеза работы тиратрона в качестве шумящего элемента следующая.

Под воздействием электронов, ускоренных приложенной между анодом и катодом разностью потенциалов, образуется плазма. Хотя между числом ионов и электронов в плазме существует динамическое равновесие, ток тиратрона обусловлен в основном электронами, падающими на анод, так как их скорость во много раз больше скорости ионов. У электронного облака, окружающего катод и предохраняющего его от интенсивной бомбардировки ионами, концентрируются положительные ионы. Под воздействием ускоряющего поля они проникают в электронное облако, вызывают вспышки электронной эмиссии и тем самым импульсы анодного тока. Число электронов, вызванных проникновением одного иона в область пространственного заряда, велико. Этим и объясняется более высокий уровень шумов тиратронов (как и других газоразрядных приборов) по сравнению с электронными лампами. Длительности импульсов и их амплитуды являются случайными величинами. Случайность амплитуды обусловлена прежде всего разбросом скоростей ионов, проникающих в область пространственного заряда, а длительность случайна в силу случайности скорости электронов, направляющихся на анод. При уменьшении плотности газа в баллоне прибора увеличивается ширина спектра флуктуации, так как за счет уменьшения числа соударений электрона с нейтральными молекулами газа уменьшается длительность импульсов анодного тока и одновременно падает интенсивность шумов из-за уменьшения плотности ионов на границе плазмы и электронного облака.

Решающее влияние на форму кривой спектральной плотности генерируемых шумов оказывает величина анодного тока и напряженность магнитного поля. При отсутствии магнитного поля в результате генерации ионов электроны модулируются по скорости и в спек-

тральной плотности генерируемого сигнала проявляется ярко выраженная периодическая составляющая. Расположение периодической составляющей на шкале частот для данного типа тиратрона зависит от величины анодного тока: чем больше ток тиратрона, тем ниже частота

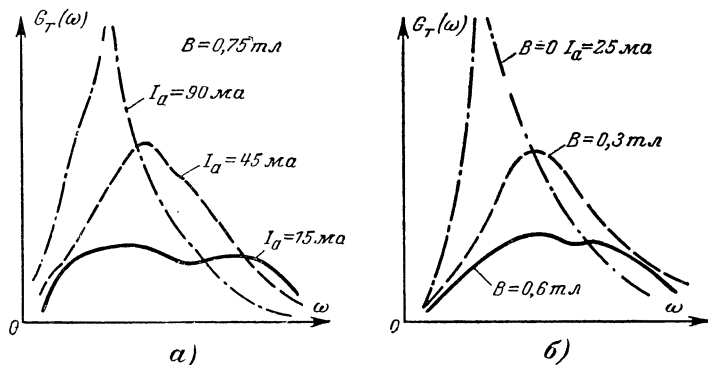


Рис. 1. Спектральные плотности шумов тиратрона.

колебаний. Экспериментально установлено, что частота периодической составляющей изменяется в пределах 400—1 500 гц.

Если тиратрон поместить в магнитное поле, силовые линии которого перпендикулярны вектору скорости электронов, то траектории последних закручиваются вокруг магнитных силовых линий, благодаря чему путь электронов к аноду удлиняется. Это приводит к увеличению числа соударений и плотности ионов. При этом граница плазмы приближается к катоду, что увеличивает число импульсов анодного тока. Но так как увеличивается одновременно и средняя длительность импульсов, то они сливаются, вследствие чего спектральная плотность на сравнительно низких частотах падает, что ведет к выравниванию спектральной плотности. Увеличение тока тиратрона (при заданной напряженности магнитного поля) приводит к трансформации спектра генерируемых флуктуаций в область более низких частот. Характер зависимости спектральной плотности флуктуации тока тиратрона приведен на рис. 1 (а — при различной величине анодного тока тиратрона, б — индукции магнитного поля).

Отечественной промышленностью выпускаются шумовые тиратроны ТГ1П. К каждому пяти тиратронам придается один кольцевой магнит. Ширина спектра флуктуаций, которые можно получить с помощью тиратрона этого типа, лежит в пределах от 100 *гц* до 3—5 *Мгц*. Существенным недостатком тиратронов является большой разброс их параметров. Поэтому при смене тиратрона требуется регулировка схемы.

В случае использования постоянных магнитов единственная возможность такой регулировки состоит в изменении питающего напряжения. Поэтому на практике целесообразно использовать не постоянные, а электромагниты и регулировку осуществлять путем изменения напряженности магнитного поля (тока, протекающего через обмотку электромагнита). Для уменьшения потока рассеивания обмотку целесообразно заключить в ферромагнитный кожух, а центральную трубку делать из немагнитного материала. Для нормальной работы генератора обмотка должна иметь около 10 000 витков, а ток, протекающий через нее, 5—10 *ма*.

Наряду с тиратронами в качестве первичных источников шумов иногда используются газоразрядные приборы с самостоятельным разрядом — стабилитроны и неоновые лампы. Напряжение шумов, которое можно получить от таких приборов, достигает единиц милливольт на нагрузке в несколько килоом при полосе до нескольких мегагерц. Недостатком этих приборов является неравномерность спектра шумов. Для получения максимальной интенсивности шумов в приборах с самостоятельным разрядом целесообразно выбирать питающее напряжение, соответствующее самому началу режима нормального тлеющего разряда (минимального тока через прибор).

Шумовые диоды. В качестве первичных источников шума в весьма широком диапазоне частот (от нескольких сот герц до нескольких сот мегагерц) используются диоды прямого накала с вольфрамовым или ториево-вольфрамовым катодами, работающие в режиме насыщения тока анода.

Мощность шума насыщенного диода на нагрузке определяется формулой

$$P_{\text{ш}} = \frac{1}{2} e I_0 R \Delta f, \quad (1)$$

где e — заряд электрона;

I_0 — постоянная составляющая анодного тока;

R — сопротивление нагрузки;

Δf — полоса шумов.

Многочисленные эксперименты показали, что формула (1) дает очень хорошее приближение к практике, поэтому генераторы на диодах используются даже при весьма точных измерениях, например в радиометрии. При этом контроль за мощностью генерируемых шумов может осуществляться косвенно — по среднему значению анодного тока. Анодный ток насыщенного диода мало зависит от анодного напряжения, поэтому нет необходимости стабилизировать источники питания анода. В то же время анодный ток сильно зависит от напряжения накала. Поэтому необходимо использовать высокостабильные источники накального напряжения. Часто зависимость анодного тока от напряжения питания накала используют для стабилизации мощности генерируемых шумов. Практическая схема такого устройства будет рассмотрена в гл. 3 (стр. 85).

В диодах и электронных лампах на частотах до 1 000 *гц* наблюдаются флуктуации, вызванные так называемым «эффектом мерцания» катода (фликкер-эффектом). При этом интенсивность данного типа флуктуаций растет обратно пропорционально частоте в диапазоне от 1 000 до 10 *гц*. Поэтому нельзя непосредственно использовать эти шумы для генерирования флуктуационных напряжений в диапазоне инфранизких и звуковых частот. Для получения равномерного спектра необходимо осуществить перенос спектра исходных шумов в указанные диапазоны из области более высоких частот.

Со стороны высоких частот ограничение спектра шума диода наступает в связи с конечностью времени пролета электрона и составляет 100—500 *Мгц*, а для некоторых типов специальных диодов — диапазоном сантиметровых волн.

Шумовые диоды используются, как правило, в измерительных широкополосных генераторах шумов.

Источники ядерного излучения. Ядерное излучение находит широкое применение во многих областях науки и техники. Перспективным является использование радиоактивного излучения и для генерирования случайных электрических сигналов. Это обусловлено тем, что для

радиоактивного распада характерны случайность каждого акта распада, стабильность во времени среднего числа распадов в единицу времени, постоянство энергий излучаемых квантов энергии или заряда частиц и их независимость от внешних условий.

В [Л. 34] приводится описание макета генератора, в котором использовано явление радиоактивного распа-

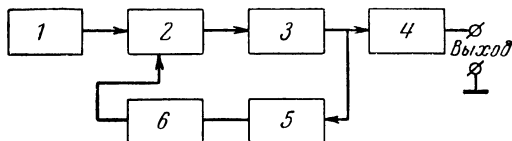


Рис. 2. Блок-схема генератора случайных сигналов с использованием радиоактивного источника излучения.

1 — источник радиоактивного излучения; 2 — детектор излучения; 3 — электронно-преобразовательная схема; 4 — выходное устройство; 5, 6 — схемы стабилизации.

да. Блок-схема генератора представлена на рис. 2. В качестве источников излучения в генераторах такого типа используются различные изотопы.

Важное значение при конструировании генераторов имеет выбор типа детектора излучения, определяющего статистические характеристики выходных сигналов. В зависимости от требований, предъявляемых к генератору, используются различные типы детекторов и режимы их работы. Детекторы ядерного излучения различаются по используемым в них явлениям. Преимущественно используются явления ионизации газовой среды (ионизационные камеры и газоразрядные счетчики), ионизации твердых тел (кристаллические детекторы), возбуждения света при облучении некоторых веществ (сцинтилляционные детекторы).

В газовых счетчиках используется явление ионизации, возникающее под воздействием радиоактивного излучения. Различают два режима работы таких устройств: импульсный и токовый. Импульсный применяется для счета отдельных частиц, а токовый — для измерения средней интенсивности излучения. В генераторах случайных сигналов используются только газоразрядные трубки, работающие в импульсном режиме. Схема включения

ее в усилитель приведена на рис. 3. Характер процесса в трубке зависит от величины приложенного к счетчику напряжения u_g .

На рис. 4 приведена типовая вольт-амперная характеристика газоразрядной трубки. В области 1 используется только ионизация, вызываемая непосредственным

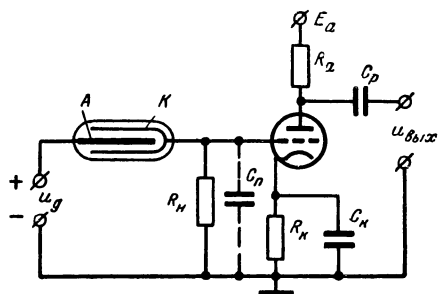


Рис. 3. Схема включения газоразрядной трубки в схему усилителя.

воздействием ядерного излучения на молекулы газа. Амплитуда импульсов напряжения на нагрузке в этом режиме будет составлять 10^{-3} — 10^{-4} в при воздействии α -частиц с энергией 5 Мэв. При повышении напряжения на газоразрядной трубке возникает явление дополнительной, вторичной ионизации,

благодаря чему ионизационный ток возрастает в 10^3 — 10^4 раз. Однако при этом способность прибора фиксировать отдельные акты распада падает или, другими словами, растет «мертвое» время счетчика. Типовые счетчики способны регистрировать в этом режиме 10^3 — 10^4 импульсов в секунду.

В области Гейгера 3 в счетчике существует коронный разряд, не нуждающийся для своего поддержания во внешнем возбuditеле. Заряженные частицы только усиливают ток, протекающий через счетчик. Амплитуда импульса в этом режиме может достигать единиц и даже десятков вольт. Область, в которой работает газоразрядная трубка при заданном u_g , определяется выбором нагрузочного сопротивления.

Определенные перспективы применения в генераторах случайных сигналов имеют сцинтилляционные счетчики. Их действие основывается на способности ряда веществ излучать в виде световой вспышки часть энергии, затрачиваемой частицей или квантом на возбуждение и ионизацию молекул облучаемого вещества. Сцинтилляционный счетчик состоит из активного вещества и фотоэлектронного умножителя. В зависимости от типа используемого вещества длительность вспышки света

колеблется от $0,25 \cdot 10^{-6}$ до 10^{-5} сек для неорганических соединений (йодистый натрий и сернистый цинк) и от $0,82 \cdot 10^{-8}$ до $6 \cdot 10^{-6}$ сек для органических веществ (стильбен и нафталин). Благодаря такой кратковременности световых вспышек можно получать серии случайных по моментам появления весьма коротких импульсов, следующих с большой частотой (до $5 \cdot 10^7$ импульсов в секунду).

В качестве приемника светового излучения вспышек используются фотоэлектронные умножители (ФЭУ), которые являются весьма широкополосными устройствами. Время нарастания тока для используемых ФЭУ лежит в пределах $3 \cdot 10^{-8}$ — $1,5 \cdot 10^{-9}$ сек и ограниченный на частоту следования импульсов не накладывает. В настоящее время такой средней частоты следования хаотических импульсов трудно достичь с помощью других устройств, поэтому использование сцинтилляционных счетчиков в качестве первичных источников сигналов весьма перспективно.

Необходимо отметить, что получаемый на выходе ФЭУ сигнал имеет сплошной и весьма равномерный спектр от нуля до нескольких десятков мегагерц, что следует рассматривать как важное преимущество такого типа первичного источника случайного сигнала. В то же время следует иметь в виду, что амплитуда импульсов света является величиной случайной, а ток на выходе ФЭУ в сильной степени зависит от приложенных к его аноду и динодам напряжений и интенсивности вспышки. Поэтому высокая стабильность средней частоты следования импульсов может быть достигнута только при использовании достаточно сложных схем стабилизации питания ФЭУ или частоты следования импульсов.

Для ФЭУ характерен высокий уровень собственных шумов, но это не накладывает ограничений на использование сцинтилляционных счетчиков в качестве первичных источников случайных сигналов. Более того, сам фотоэлектронный умножитель следует рассматривать

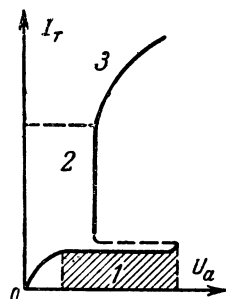


Рис. 4. Вольт-амперная характеристика газоразрядного прибора.

как весьма эффективный источник широкополосных шумовых напряжений.

Фотоэлектронные умножители и электровакуумные фотоэлементы. В качестве первичного источника шумов успешно используются фотоэлектронные умножители (ФЭУ). Причиной возникновения флуктуаций тока ФЭУ является дробовой эффект. Флуктуации тока фотоэлектронного катода усиливаются во столько же раз, во сколько раз усиливается средняя составляющая тока фотоэлектронной эмиссии. К этим флуктуациям прибавляются флуктуации вторичной электронной эмиссии.

Эффективное значение флуктуационного тока ФЭУ определяется формулой

$$I_{\pi}^2 = 2eI_0\Delta f K^2 (1 + B),$$

где B — экспериментальный коэффициент, лежащий в пределах 1,5—3 и принимаемый обычно в расчетах равным 2,5;

I_0 — средний ток фотокатода.

В качестве первичного источника шумов могут применяться и фотоэлементы с дальнейшим усилением флуктуаций ламповыми или полупроводниковыми усилителями. Но так как у современных ФЭУ коэффициент усиления K может достигать величины 10^6 — 10^8 , то использовать фотоэлементы для указанных целей оказывается нецелесообразным.

Для более эффективного использования ФЭУ как первичного источника шумов следует правильно выбирать режим его работы, соответствующий максимальному значению K (этот режим обычно рекомендуется в паспорте прибора), а световой поток должен обеспечивать работу в районе верхнего загиба его световой характеристики, что составляет для большинства фотоумножителей 10^{-3} — 10^{-2} лм. Увеличение светового потока выше указанной нормы приводит к появлению пространственного заряда, быстрому утомлению фотокатода и сопровождается дрейфом эффективного напряжения шумов. Определенный выигрыш можно получить при использовании источника света со спектром в области максимума спектральной характеристики данного типа фотоэлектронного катода, но так как точка загиба световой характеристики достигается при использовании

сравнительно маломощных источников белого света, то следует в качестве источника света использовать лампы накаливания.

Ширина спектра шумов, генерируемых ФЭУ, ограничивается сверху его выходной емкостью и составляет $5 \cdot 10^6$ — 10^7 гц. Снизу спектр ограничений практически не имеет.

Полупроводниковые диоды и транзисторы. В качестве источников шумов могут использоваться также полупроводниковые диоды и транзисторы, которые должны работать в режиме обратного напряжения при обратном токе в несколько миллиампер. Ширина спектра шумов полупроводниковых приборов простраивается от нескольких сот герц до 3 000 Мгц и выше.

2. ПОЛУЧЕНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПУТЕМ СИНХРОННОГО ДЕТЕКТИРОВАНИЯ УЗКОПОЛОСНЫХ ШУМОВ

Ни один из рассмотренных выше первичных источников случайных сигналов не позволяет получить флуктуаций с равномерным достаточно интенсивным спектром в области частот от нуля до нескольких десятков или сотен герц. Между тем потребность в сигналах с такой спектральной плотностью возникает весьма часто в связи с внедрением в технику эксперимента математических машин и особенно электронных моделирующих устройств. Одновременно с появлением этих устройств появились генераторы инфранизкочастотных периодических колебаний для испытания математических моделей при воздействии детерминированных сигналов. Между тем класс систем, исследуемых методом математического моделирования, на которые действуют случайные возмущения, непрерывно расширяется. Остойчивость корабля, полет самолета в турбулентной атмосфере, протекание сложной химической реакции, управление ракетой при внешних возмущениях и многие другие процессы могут быть исследованы только с учетом случайных воздействий.

В отечественной и зарубежной литературе за последние годы появилось большое число описаний макетов генераторов низкочастотных флуктуаций. В большинстве случаев сигналы со сплошным спектром в области

2—2058

низких и инфракрасных частот предлагается получать методом нелинейных преобразований флуктуаций, получаемых с помощью тех или иных первичных источников. Наиболее широко используется метод преобразования с помощью фазового детектора. В качестве опорного сигнала здесь используются синусоидальные или прямоугольные периодические колебания. В литературе часто

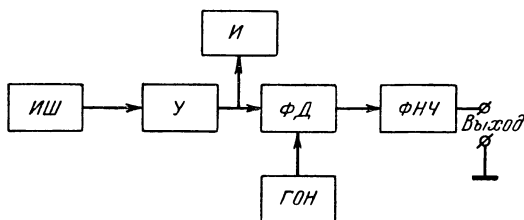


Рис. 5. Блок-схема генератора низкочастотных шумов с переносом спектра путем фазового детектирования.

ИШ — источник шумов, *У* — усилитель, *И* — измеритель, *ФД* — фазовый детектор, *ГОН* — генератор опорного напряжения, *ФНЧ* — фильтр нижних частот.

этот метод не совсем точно именуют методом синхронного детектирования, так как понятие синхронности применительно к случайным сигналам является неопределенным. Блок-схема генератора, в котором реализуется указанный метод, приведена на рис. 5. Флуктуационное напряжение с выхода первичного источника *ИШ* подается на вход узкополосного усилителя *У*, настроенного на частоту ω_0 , и далее поступает на фазовый детектор *ФД*. На второй вход детектора подаются периодические опорные колебания, имеющие частоту ω_c и постоянную амплитуду U_m .

Простейшей математической операцией, описывающей работу фазового детектора, является операция умножения. Для сравнительно слабых флуктуационных сигналов представление фазового детектора в виде умножающего звена является достаточно точным. Напряжение на выходе фазового детектора в этом случае может быть записано в виде

$$u_{\Phi}(t) = k_{\Phi} u_{\text{ш}}(t) u_0(t), \quad (2)$$

где k_{Φ} — коэффициент передачи фазового детектора.

Опорный сигнал

$$u_0(t) = U_m \sin \omega_c t$$

имеет функцию корреляции

$$R_0(\tau) = \frac{U_m^2}{2} \cos \omega_c \tau. \quad (3)$$

Квадрат модуля частотной характеристики узкополосного фильтра достаточно точно может быть аппроксимирован:

$$|\Phi(j\omega)|^2 = k^2(\omega_0) e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{\beta^2}}, \quad (4)$$

где $k(\omega_0)$ — коэффициент усиления усилителя на резонансной частоте;

$$\beta = 0,85 \Delta\omega_{\Phi};$$

$\Delta\omega_{\Phi}$ — полоса пропускания усилителя на уровне 0,7.

Если через такой усилитель пропустить случайный сигнал со спектральной плотностью, равной единице для всех частот в пределах полосы пропускания усилителя, то функция корреляции сигнала на его выходе будет определяться формулой

$$\begin{aligned} R_{\text{вых}}(\tau) &= \frac{1}{\pi} \cos \omega_0 \tau \int_0^{\infty} |\Phi(j\omega)|^2 \cos \omega \tau d\omega = \\ &= \frac{k^2(\omega_0)}{\sqrt{\pi}} \beta e^{-\frac{\beta^2 \tau^2}{4}} \cos \omega_0 \tau = \sigma^2 e^{-\frac{\beta^2 \tau^2}{4}} \cos \omega_0 \tau. \end{aligned} \quad (5)$$

Из теории случайных функций известно, что функция корреляции произведения независимых сигналов равна произведению функций корреляции сомножителей. На этом основании функцию корреляции на выходе фазового детектора с учетом (3) и (5) можно записать:

$$\begin{aligned} R_{\Phi}(\tau) &= \frac{k_d U_m^2 k^2(\omega_0) \beta}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\beta^2 \tau^2}{4}} \cos \omega_c \tau \cos \omega_0 \tau = \\ &= A e^{-\frac{\beta^2 \tau^2}{4}} \cos \omega_c \tau \cos \omega_0 \tau. \end{aligned} \quad (6)$$

Спектральная плотность сигнала на выходе фазового детектора может быть получена с помощью формулы,

определяющей связь между корреляционной функцией и спектральной плотностью:

$$G(\omega) = 2 \int_0^{\infty} R_{\Phi}(\tau) \cos \omega \tau d\tau. \quad (7)$$

Опустив преобразования, запишем конечную формулу:

$$G_{\Phi}(\omega) = \frac{A \sqrt{\pi}}{2\beta} \left[e^{-\frac{(\omega_c + \omega_0 - \omega)^2}{\beta^2}} + e^{-\frac{(\omega_0 - \omega_c + \omega)^2}{\beta^2}} + \right. \\ \left. + e^{-\frac{(\omega_c - \omega_0 + \omega)^2}{\beta^2}} + e^{-\frac{(\omega_c + \omega_0 + \omega)^2}{\beta^2}} \right]. \quad (8)$$

Фильтр нижних частот, включаемый на выходе фазового детектора, должен иметь полосу пропускания значительно более узкую, чем полоса пропускания резонансного усилителя. В связи с этим на выходе фазового детектора следует учитывать только составляющие спектральной плотности, которые находятся в полосе пропускания сглаживающего фильтра. Спектральная плотность сигнала у нуля может быть получена, если в выражении (8) положить $\omega = 0$:

$$G_{\Phi}(0) = \frac{A \sqrt{\pi}}{2\beta} \left[2e^{-\frac{(\omega_c + \omega_0)^2}{\beta^2}} + \right. \\ \left. + e^{-\frac{(\omega_0 - \omega_c)^2}{\beta^2}} + e^{-\frac{(\omega_c - \omega_0)^2}{\beta^2}} \right]. \quad (9)$$

Как правило, в генераторах удовлетворяется условие $\omega_0 \gg \Delta\omega_{\Phi} = 1,175\beta$. Тогда приближенно можно записать:

$$G_{\Phi}(0) \approx \frac{A \sqrt{\pi}}{\beta} e^{-\frac{(\omega_0 - \omega_c)^2}{\beta^2}}.$$

Эта формула показывает, что точность настройки и стабильность частоты опорного генератора должны быть достаточно высокими, а полосу пропускания избирательного усилителя нельзя выбирать слишком узкой. В самом деле, чем меньше коэффициент β , пропорциональный ширине полосы фильтра тем больше будет сказываться

ваться нестабильность настройки избирательного фильтра и частоты опорного генератора. Полоса фильтра должна в несколько раз превосходить полосу сглаживающего фильтра нижних частот, включаемого на выходе фазового детектора. В противном случае не будет обеспечиваться постоянство спектральной плотности входного сигнала в пределах его полосы пропускания.

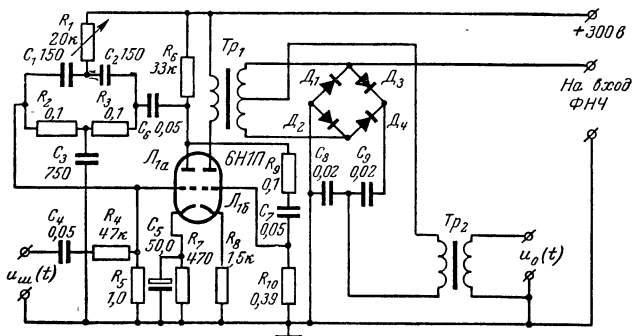


Рис. 6. Принципиальная схема узкополосного усилителя и кольцевого фазового детектора.

Аппроксимация работы фазового детектора уравнением (3), справедлива только в том случае, если действующие напряжения шума и опорного напряжения малы, т. е. осуществляется квадратичное детектирование векторных сумм амплитуд синусоиды и шумов. Если это условие не выполняется, то происходит искажениегибающей спектра входного случайного сигнала, уменьшается спектральная плотность шумов на инфранизких частотах. В связи с этим в генераторах шумов целесообразно использовать фазовые кольцевые детекторы, в которых происходит трансформация спектра узкополосного квазигармонического сигнала в область низких частот практически без искажений. В качестве нагрузки избирательных усилителей используются контуры LCR или Т-образные мосты RC . Практическая схема усилителя и кольцевого фазового детектора приведена на рис. 6.

Частотная характеристика фильтра регулируется сопротивлением R_1 в достаточно широких пределах. Диоды D_1 — D_4 , работающие в схеме фазового детектора,

должны подбираться как по величине прямого, так и обратного токов. Фильтр низкой частоты (ФНЧ), включаемый на выходе генератора, должен обладать достаточно низким выходным сопротивлением, иметь равномерную частотную характеристику в заданной полосе частот и позволять исключать постоянную составляющую из спектра флуктуаций. Причиной появления по-

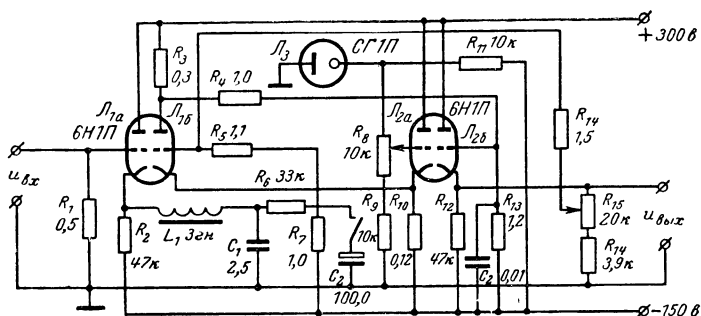


Рис. 7. Принципиальная схема активного низкочастотного фильтра.

стоянной составляющей на выходе генератора является прежде всего асимметрия плеч фазового детектора. Этим требованиям удовлетворяет фильтр, схема которого приведена на рис. 7 [Л. 36].

Флуктуация с выхода детектора поступает на катодный повторитель L_{1a} , нагруженный на фильтр L_1C_1 . С выхода этого фильтра флуктуации поступают на усилитель, охваченный обратной связью (L_{16}, L_{26}). Регулировкой величины обратной связи (потенциометр R_{15}) осуществляется установка уровня флуктуаций на выходе всей схемы. Отрицательная обратная связь достаточно широкополосна, поэтому полоса фильтра при регулировке интенсивности флуктуаций практически не изменяется. Для установки нулевого уровня постоянной составляющей в выходном сигнале служит потенциометр R_8 . При установке нуля к фильтру подключается конденсатор C_2 большой емкости, резко сужающий полосу пропускания фильтра, благодаря чему облегчается процесс наблюдения и установки нуля среднего значения. Фильтр обеспечивает получение флуктуаций с равномерностью

спектра $\pm 1,5$ дБ в пределах от 0 до 100 гц. Использование на выходе фильтра катодного повторителя позволяет получить низкое выходное сопротивление и, следовательно, независимость градуировки прибора от подключаемой нагрузки.

3. ГЕНЕРИРОВАНИЕ КВАЗИСЛУЧАЙНЫХ ИНФРАНИЗКОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ

Генерирование случайных сигналов связано с непрерывным контролем их параметров. Если для высокочастотных сигналов эта задача решается сравнительно просто, то положение коренным образом меняется, когда речь идет о генерировании низкочастотных и особенно инфранизкочастотных флуктуаций. Дело в том, что измерение любого параметра случайного сигнала требует времени, на 2—3 порядка превышающего время корреляции последнего. В связи с этим непрерывный контроль параметров инфранизкочастотных сигналов оказывается практически невозможным, а точность их задания в генераторе — низкой. Поэтому поиск методов замены чисто случайных сигналов квазислучайными, где указанная задача решается очень просто, является весьма актуальной задачей. Удовлетворительное техническое решение найдено для получения квазислучайных низкочастотных флуктуаций [Л. 33].

Низкочастотный случайный сигнал с равномерной в интервале $0-\omega_v$ спектральной плотностью можно представить в виде суммы большого количества синусоидальных сигналов, равномерно распределенных по шкале частот, имеющих амплитуды U_i и случайные фазы φ_i . Подобное представление становится точным в том случае, если интервалы между составляющими $\Delta\omega$ и их амплитуды стремиться к нулю, а φ_i распределить равномерно в интервале $0-2\pi$. В эксперименте нет необходимости осуществлять подобный предельный переход и вместо сигнала со сплошным спектром можно использовать сигнал с дискретным спектром. Для того чтобы подобная замена была правомочной, необходимо, чтобы сигнал с дискретным спектром удовлетворял по крайней мере двум условиям: 1) в пределах полосы пропускания исследуемой системы должно быть минимум 5—10 синусоидальных составляющих; 2) функции взаимной корреля-

ляции составляющих должны быть равны нулю. Генерируемый сигнал можно представить как

$$u(t) = U_m \sum_k \cos(k\Delta\omega t + \varphi_k). \quad (10)$$

Как первое, так и второе условия будут удовлетворены, если каждая составляющая будет генерироваться независимым генератором. Однако такой генератор будет чрезвычайно громоздким. В то же время условие отсутствия взаимной корреляции будет автоматически выполняться, если составляющие сигнала (10) будут иметь некратные частоты. Достигнуть этого можно, используя генератор, состоящий из n синусно-косинусных потенциометров, питаемых от стабильного источника напряжения $\pm U$ (левая часть рис. 8 [Л. 33]). Вращение движков потенциометров осуществляется мотором через редуктор, состоящий из последовательных ступеней с коэффициентом редукции каждой ступени, равным r . Коэффициент редукции должен представлять собой правильную дробь, например $r = 23/28$.

Сигналы на выходах сумматоров будут представлять собой колебания, описываемые уравнениями

$$\left. \begin{aligned} u_s(t) &= U \sum_{i=0}^n \sin(r^i \omega_0 t + \varphi_i); \\ u_c(t) &= U \sum_{i=0}^n \cos(r^i \omega_0 t + \varphi_i). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Как синусная, так и косинусная составляющие являются периодическими функциями времени. Однако при большом числе составляющих ($n \geq 10$) и практически используемых скоростях вращения движков потенциометров (порядка нескольких единиц оборотов в секунду) период повторения для суммарного сигнала, получаемого с каждой группы потенциометров, оказывается очень большим и на ограниченном отрезке времени можно рассматривать его как сумму синусоидальных (косинусоидальных) колебаний, имеющих случайные и независимые фазы. Использовать непосредственно колебания (11) нельзя, так как составляющие оказываются распределенными по шкале частот неравномерно. В самом

деле, если принять, что частота вращения первого вала $f_0 = \omega_0/2\pi$, то частота напряжения, генерируемого n -м каналом генератора $f_n = r^n f_0$. По шкале частот сигналы будут разнесены на неодинаковые интервалы:

$$\Delta f_{i; i-1} = f_0(r^{i-1} - r^i) = f_0 r^i \left(\frac{1}{r} - 1 \right).$$

Неравномерность спектра и ограниченность числа составляющих является большим недостатком генератора. Поэтому целесообразно с сигналом произвести определенные нелинейные функциональные преобразования. Можно предложить много различных видов таких преобразований. При их выборе следует обеспечить равномерность распределения составляющих спектра по шкале частот и равенство амплитуд. Например, сигнал $u_c(t)$ можно преобразовать следующим образом:

$$\begin{aligned} F_1(t) &= [u_c(t)]^2 + U u_c(t) - \frac{n+1}{2} U^2 = \\ &= U^2 \left[\sum_{i=0}^n \cos(r^i \omega_0 t + \varphi_i) \right]^2 + \\ &+ U^2 \sum_{i=0}^n \cos(r^i \omega_0 t + \varphi_i) - \frac{n+1}{2} U^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12) видно, что $F_1(t)$ будет иметь составляющие на частотах:

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{2r^i \omega_0}{2\pi}; \quad f_- = \frac{(r^i - r^j) \omega_0}{2\pi}; \\ f_+ &= \frac{(r^i + r^j) \omega_0}{2\pi}; \quad f_1 = \frac{r^i \omega_0}{2\pi}. \end{aligned}$$

Все составляющие f_1, f_2 встретятся по $n+1$ разу, если

$$2r^i \neq r^j \quad (12a)$$

при любых значениях i и j в пределах от 0 до n . Неравенство (12a) выполняется указанным выше способом выбора r .

Не будут совпадать по частотам и составляющие вида $r^i - r^j \neq r^n + r^m$. Число членов, имеющих суммарные

и разностные частоты, определяется формулой

$$m_+ = m_- = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Общее число составляющих

$$N_f = 2(n+1) + n(1+n) \approx 3n + n^2. \quad (126)$$

Амплитуды $n+1$ составляющих будут равны $U^2/2$ и всех остальных — U^2 . Преобразование сигнала в соответствии с выражением (12) позволяет получить весьма большое число составляющих (по сравнению с исходным сигналом). Но неравномерное распределение их по шкале частот является недостатком метода. Добиться равномерности распределения составляющих можно, используя в каждой ступени переменное редуccionное число r_i . Но как правильный выбор редуccionных чисел, так и реализация такого редуктора связаны с большими практическими трудностями. Равномерности спектра можно достигнуть, используя преобразование вида

$$F_2(t) = [u_c(t)]^2 + [u_s(t)]^2 + Au_c(t) - (n+1)U^2. \quad (12в)$$

Можно показать, что при $A=1$

$$F_2(t) = 2U^2 \sum_{i=0}^n \cos(r^i \omega_0 t + \varphi_i) + 2U^2 \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n [\cos(r^i - r^j) \omega_0 t + (\varphi_i - \varphi_j)]_{i \neq j}.$$

Сигнал, преобразованный в соответствии с (12в), будет иметь

$$N'_f = n + 1 + \frac{n(n+1)}{2}$$

составляющих с одинаковой амплитудой, равномерно распределенных в пределах от

$$f_{\min} = \frac{\omega_0}{2\pi} (r^{n-1} - r^n)$$

до

$$f_{\max} = \frac{2\omega_0}{2\pi}.$$

Конечно, в силу невозможности идеально выполнить заданное функциональное преобразование спектр выходного сигнала будет значительно богаче составляющими, чем это следует из выражения (126). Но те преобразования, которые заданы формулой (12в), могут выполняться с ошибкой, не превышающей 1—3%. Такой же

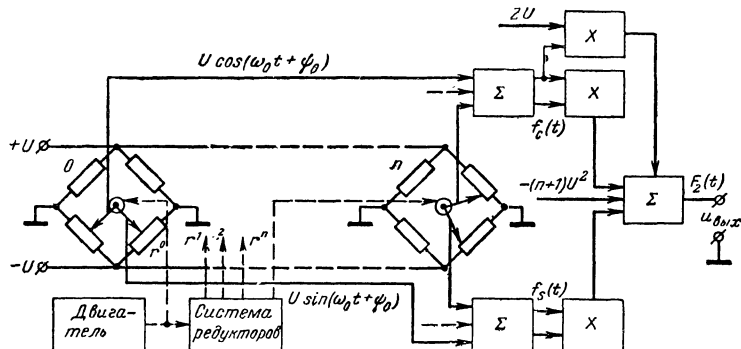


Рис. 8. Блок-схема генератора квазислучайного непрерывного сигнала.

порядок величины будут иметь и амплитуды паразитных составляющих.

Схема генератора, позволяющего получать сигнал, соответствующий (12в), приведена на рис. 8. Генератор получается достаточно сложным, но эта сложность окупается тем, что все параметры сигнала могут быть заданы с требуемой точностью и отсутствуют цепи стабилизации случайных параметров. Регулируя число оборотов в генераторе, можно в широких пределах изменять ширину спектра, при этом, конечно, будет меняться и интервал между составляющими. В рассмотренном генераторе можно получить инфранизкочастотные сигналы без каких бы то ни было ограничений в сторону уменьшения частот, что чрезвычайно важно при имитации весьма низкочастотных случайных сигналов, таких, например, как фединг коротковолновых радиосигналов.

Укажем еще на одну возможность, которой располагает рассмотренный метод генерации квазислучайного сигнала. Если на потенциометры подать не постоянное, а синусоидальное напряжение с частотой $\omega_c \gg 2\pi f_{\text{макс}}$, то спектр сигнала будет смещен на частоту питающего

напряжения. Рассмотрим одну из составляющих сигнала, например косинусную:

$$\begin{aligned} f'_c(t) &= U \sin \omega_c t \sum_{i=0}^n \cos(r^i \omega_0 t + \varphi_i) = \\ &= \frac{1}{2} U \left\{ \sum_{i=0}^n \sin[(\omega_c - r^i \omega_0) t + \varphi_i] + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=0}^n \sin[(\omega_c + r^i \omega_0) t + \varphi_i] \right\}. \end{aligned}$$

Полученное выражение показывает, что сигнал будет представлять квазигармоническое колебание, имеющее симметричный относительно ω_c спектр, ширина которого

$$\Delta f' = \frac{2\omega_0}{2\pi}.$$

В тех случаях, когда по условиям эксперимента необходимо получить весьма узкополосные шумы, указанный метод может оказаться полезным.

Питание потенциометров сигналом, изменяющимся по тому или иному закону, эквивалентно операции идеального умножения этого закона на закон, по которому намотаны потенциометры. Поэтому устройство рассмотренного выше типа можно использовать для получения сигналов с весьма сложными характеристиками спектра выходного сигнала. В частности, если потенциометры питать случайными сигналами, можно получать нестационарные флуктуации.

4. ГЕНЕРИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПО МОМЕНТАМ ПОЯВЛЕНИЯ (ПУАССОНОВСКИХ) ИМПУЛЬСОВ

Наряду со случайными сигналами, являющимися непрерывными функциями времени, в практике важную роль играют импульсные случайные сигналы. Среди импульсных сигналов следует выделить так называемые хаотические импульсные помехи (ХИП). Под ХИП принято понимать импульсы, случайные по моментам появления. Амплитуды и длительности импульсов могут быть

как постоянными, так и случайными, и если удовлетворяются три условия:

1) постоянство средней частоты появления импульсов (стационарность потока);

2) независимость вероятности появления i -го импульса от того, в какой момент появился $i-1$ -й импульс (отсутствие последействия);

3) практическая невозможность появлений на сколь угодно коротком отрезке двух и более импульсов (ординарность потока), то последовательность будет подчиняться закону Пуассона:

$$p_k(z; \Delta t) = \frac{(z\Delta t)^k}{k!} e^{-z\Delta t}, \quad (13)$$

где $p_k(z; \Delta t)$ — вероятность появления k импульсов в интервале Δt ;

z — среднее число импульсов в единицу времени.

Плотность вероятностей интервалов между моментами появления соседних импульсов (фронтами импульсов) подчиняются закону:

$$f(z; \Delta t) = z\Delta t e^{-z\Delta t}. \quad (14)$$

Пуассоновские импульсные процессы играют огромную роль в теории массового обслуживания, в теории помехоустойчивости импульсных систем связи и т. п.

Удовлетворить полностью перечисленным выше условиям невозможно, так как любое физическое явление обладает бóльшим или меньшим последействием. Так, например, явление радиоактивного распада, являясь само по себе чисто пуассоновским процессом, будучи использовано для целей получения ХИП, частично теряет эти свойства за счет использования обладающих инерцией схем формирования импульсов. Однако при рациональном выборе параметров и элементов схем можно достигнуть высокой степени приближения генерируемых импульсов к пуассоновской последовательности. Следует иметь в виду, что импульсы, подчиняющиеся закону Пуассона, могут перекрываться во времени. Когда речь идет о пуассоновском процессе, то рассматривается только факт появления импульсов, а не время их существования. Указанное обстоятельство оказывает влияние

на решение как задачи генерирования импульсов, так и задачи измерения их параметров.

Какой бы первичный источник случайного процесса ни использовался в генераторе, схема формирования не

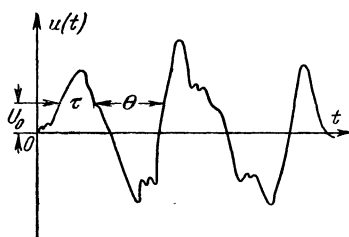


Рис. 9. Осциллограмма стационарного шума.

может обеспечивать получение перекрывающихся и в то же время независимых по моментам проявления импульсов. Кроме того, после появления i -го импульса $i+1$ -й импульс может появиться в любой момент, в том числе и сколь угодно

рано после окончания генерации i -го импульса. Поэтому спектр схемы усиления пауссоновских импульсов во избежание «сливания» импульсов должен быть весьма широкополосным. Их полосы пропускания должны удовлетворять условию

$$\Delta f_{\text{ш}} \gg \frac{1}{\tau_{\text{ш}}},$$

где $\tau_{\text{ш}}$ — длительность генерируемых импульсов.

При выборе первичного источника случайного сигнала следует исходить из потребной средней частоты импульсов z . При $z \leq 200$ 1/сек в качестве источника целесообразно использовать генератор широкополосных шумов, например тиратронный генератор. Импульсы в этом случае получаются путем стандартизации выбросов шума по длительности и амплитуде. В качестве формирующей схемы целесообразно использовать спусковые схемы с одним устойчивым состоянием равновесия. Хорошие результаты получаются при использовании заторможенного мультивибратора.

Остановимся кратко на характеристиках выбросов флуктуаций (рис. 9). Среднее число выбросов флуктуаций z , превосходящих некоторый уровень U_0 (порог срабатывания формирующей схемы) для нормальных шумов с прямоугольной формой спектральной плотности:

$$G(\omega) = \begin{cases} G(0) & \text{при } 0 \leq \omega \leq \Delta\omega; \\ 0 & \text{при } \Delta\omega \leq \omega, \end{cases}$$

определяется формулой [Л. 7]:

$$Z = \frac{\Delta\omega}{2\pi \sqrt{1,4}} e^{-\frac{U_0}{2\sigma^2}}. \quad (15)$$

Максимум в (15) соответствует $U_0=0$, поэтому уровень срабатывания спусковой схемы следует выбирать близким к нулю. При $U_0=0$ величина Z не зависит от σ , но число срабатываний схемы стандартизации выбросов будет зависеть от σ , так как любая спусковая схема запускается при определенной амплитуде выброса и реагирует на его длительность. Поэтому число ее срабатываний $z < Z$.

Примерный вид плотности вероятностей интервалов между точками, в которых формирователь может срабатывать $f(\tau+\Theta)$, приведен в виде кривой 1 на рис. 10. Спусковая схема имеет некоторое время парализации $\tau_{\text{п}}$, складывающееся из длительности генерируемого импульса $\tau_{\text{и}}$ и некоторого времени, в течение которого восстанавливается нормальная чувствительность схемы и ее срабатывание могут вызвать только выбросы, имеющие большую амплитуду. Поэтому плотность вероятностей интервалов между генерируемыми импульсами будет иметь вид, изображенный кривой 2 на рис. 10.

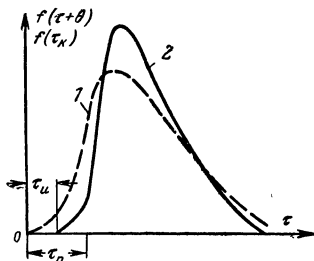


Рис. 10. Плотности вероятностей интервалов между фронтами выбросов флуктуаций (1) и сформированными из них импульсами (2).

В то же время известно, что сумма случайных независимых потоков, отличных от пуассоновских, с ростом числа слагаемых очень быстро по своим свойствам стремится к пуассоновскому, поэтому генераторы ХИП целесообразно строить по блок-схеме, приведенной на рис. 11.

Широкополосные шумы с выхода генератора ГШ поступают на широкополосный усилитель УШ и далее на схему формирования импульсов. Так как длительность импульса на выходе спусковой схемы СС зависит от длительности и амплитуды вызвавшего его появление выброса флуктуаций, то при формировании импульсов,

длительность которых соизмерима с длительностью выбросов шумов, целесообразно включать последовательно две такие схемы, разделяя их дифференцирующей цепочкой.

Для получения n «независимых» каналов используется задержка сформированных импульсов с помощью ли-

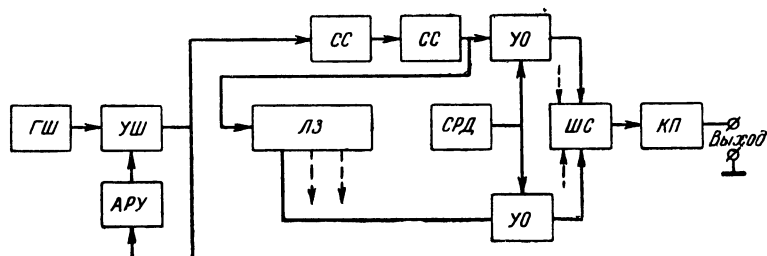


Рис. 11. Блок-схема многоканального генератора ХИП.

ГШ — генератор шумов, УС — усилитель шумов, АРУ — детектор и фильтр схемы стабилизации средней частоты, ЦС — спусковые схемы, ЛЗ — линия задержки, УС — усилитель-ограничитель, СРД — схема регулировки длительности, ШС — широкополосный сумматор, КП — катодный повторитель.

нии задержки ЛЗ на время, превышающее время корреляции импульсов на выходе формирующей схемы. Конечно, можно для этой цели использовать n самостоятельных каналов. Но кроме неизбежного при этом усложнения генератора, возникают большие трудности с регулировкой средней частоты импульсов. Очевидно, что во всех каналах она должна быть синхронной. Полученные в каналах импульсы суммируются в широкополосном сумматоре ШС и через катодный повторитель КП поступают на выход.

Удовлетворительное приближение к пуассоновскому дает поток импульсов, полученный с помощью двухканальной схемы. Задавать требуемую среднюю частоту импульсов можно регулировкой уровня срабатывания спусковой схемы или уровня шумов.

В генераторе необходима система стабилизации средней частоты на заданном уровне, что осуществляется изменением коэффициента усиления усилителя (схема АРУ). Подробно схемы регулировки такого типа рассмотрены в гл. 3.

Регулировка длительности генерируемых импульсов осуществляется путем преобразования с помощью

RC-фильтра прямоугольных импульсов в треугольные и выбора порога ограничения в двухстороннем ограничителе — усилителе УО.

В качестве формирующих схем обычно используются ждущие мультивибраторы. В любом случае необходимо стремиться к повышению быстродействия формирующей схемы.

Полученные с помощью рассмотренного типа генератора хаотические импульсы, за счет повторяемости процесса являются случайными только в интервалах времени, не превышающих минимального времени задержки. Их функция корреляции, кроме основного максимума при $\tau=0$, имеет дополнительные максимумы при $\tau=\tau_i$, где τ_i — интервалы времени, на которые задерживаются импульсы в линии.

Рассмотренная схема генератора удовлетворительно работает в диапазоне z от 1 000 до 200 000 1/сек. Иногда в практике возникает необходимость получить весьма низкочастотный сигнал с числом z , исчисляемым единицами или даже десятками долями единиц в секунду. Эту задачу можно решить, пропустив хаотические импульсы через линию задержки и схему совпадений на n импульсов.

Если отводы на линии задержки даже в одноканальном генераторе сделаны через интервалы τ_{zi} , превосходящие время корреляции используемых шумов и время парализации формирующей схемы τ_n , то поток импульсов на выходе схемы совпадений будет близок к пуассоновскому.

Число импульсов на выходе схемы совпадений можно рассчитать по формуле

$$z_n \approx n z^n \tau_n^{n-1}. \quad (16)$$

В тех случаях, когда требуется получать хаотические импульсы с частотой, исчисляемой многими сотнями или даже миллионами импульсов в секунду, необходимо применять радиоактивные источники и сцинтилляционные счетчики. Более двух каналов в таких генераторах использовать нецелесообразно. Для измерения средней частоты повторения используются или измерители скорости счета, или счетчики импульсов. Оба типа приборов имеют конечное время разрешения (парализа-

ции) τ_{Π} . Кроме того, они не могут различать перекрывающиеся импульсы, поэтому показания приборов будут заниженными. Поправка к показаниям прибора может быть вычислена по формуле

$$\Delta z \approx z \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(z\tau_{\Pi\Pi})^i}{i!} e^{-z\tau_{\Pi\Pi}} = z(1 - e^{-z\tau_{\Pi\Pi}}), \quad (17)$$

где

$$\tau_{\Pi\Pi} = \tau_{\Pi} + \tau_{\Sigma}.$$

5. ГЕНЕРИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПО ДЛИТЕЛЬНОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Функцию $x(t)$, которая случайным образом, с одинаковой вероятностью, равной 0,5, принимает одно из двух значений h и $-h$, постоянных в промежутках времени,

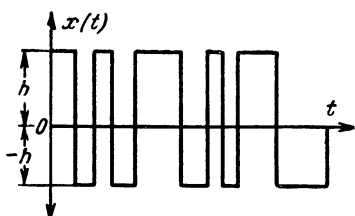


Рис. 12. Обобщенный телеграфный сигнал.

случайные по длительности, называют обобщенным телеграфным сигналом (рис. 12). Необходимость в получении такого сигнала возникает при моделировании многих физических явлений. Он также является весьма удобной формой реализации случайного сигнала со сплошным спектром в области ин-

франзических частот, включая частоты, сколь угодно близкие к нулю.

В предположении, что моменты смены знаков напряжения являются независимыми, функция корреляции и спектральная плотность сигнала будут описываться выражениями [Л. 3]:

$$R(\tau) = h^2 e^{-2n_0 |\tau|}, \quad (18)$$

$$G(\omega) = \frac{4h^2 n_0}{\omega^2 + 4n_0^2}, \quad (19)$$

где n_0 — среднее в единицу времени число смены знаков напряжения.

Так как амплитуда h является фиксированной величиной, легко контролируемой и стабилизируемой, то един-

ственным параметром, подлежащим измерению и стабилизации, является n_0 . Изменением n_0 можно регулировать в весьма широких пределах время корреляции (ширину спектра) сигнала. В качестве исходных для получения рассматриваемого сигнала могут использоваться случайные по моментам появления (пуассоновские) импульсы.

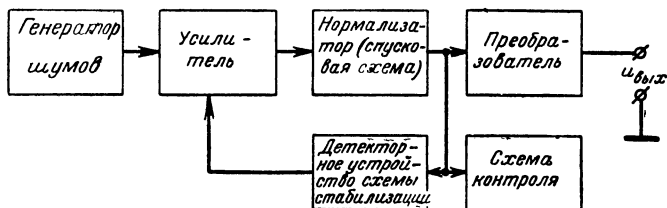


Рис. 13. Блок-схема генератора обобщенного телеграфного сигнала.

Однако для сравнительно малых значений n_0 целесообразно использовать выбросы флуктуаций видеошумов, получаемых с помощью тиратрона или любого другого источника. Блок-схема такого генератора приведена на рис. 13.

Шумы, генерируемые с помощью какого-либо источника, усиливаются и поступают на нормализатор (например, ждущий мультивибратор), где их выбросы стандартизируются по длительности и амплитуде. Усилитель шумов и нормализатор охвачены цепью регулирования. Отрицательное напряжение, пропорциональное среднему числу хаотических импульсов, поступает на усилитель шумов и регулирует коэффициент усиления каскада, а вместе с тем и число выбросов флуктуаций, превосходящих уровень срабатывания нормализатора.

Схема для преобразования ХИП в случайный телеграфный сигнал приведена на рис. 14. Поступающие на вход схемы импульсы через лампу L_1 запускают триггер L_2 , работающий в режиме деления частоты. Сетки лампы триггера через резисторы R_6 и R_7 соединены с сетками лампы L_3 , на которой собран усилитель постоянного тока (УПТ), сопрягающий триггер с двумя другими УПТ, которые служат для преобразования двух однополярных последовательностей импульсов в одну биполяр-

ную. Напряжения, снимаемые с анодных нагрузок R_{10} и R_{11} усилителя, можно представить в виде

$$\left. \begin{aligned} u_{a1}(t) &= u_0 + u(t); \\ u_{a2}(t) &= u_0 - u(t), \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где u_0 — среднее значение напряжения;

$u(t)$ — переменная полезная составляющая сигнала.

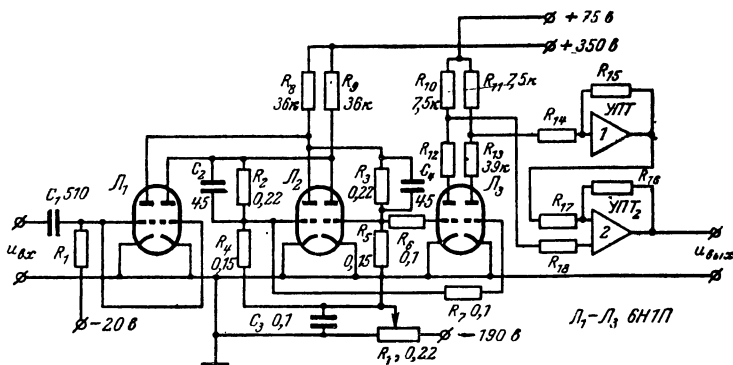


Рис. 14. Принципиальная схема преобразователя ХИП в обобщенный телеграфный сигнал.

Выходное напряжение

$$u_{\text{вых}}(t) = -K_2 \{ -K_1 [u_0 + u(t)] + u_0 - u(t) \}, \quad (21)$$

где

$$K_1 = \frac{R_{15}}{R_{14}}; \quad K_2 = \frac{R_{16}}{R_{17}} = \frac{R_{16}}{R_{18}}.$$

При $K_1 = K_2 = 1$

$$u_{\text{вых}}(t) = 2u(t).$$

Описанный способ преобразования ХИП в случайный телеграфный сигнал применим для $n_0 \leq 500 \text{ сек}^{-1}$, так как усилители постоянного тока имеют ограниченную полосу пропускания. Использовать же разделительную емкость для отделения постоянной составляющей нельзя, так как при этом неизбежно наряду с постоянной составляющей из сигнала исключаются и низкие частоты.

Схема стабилизации n_0 состоит из детекторного устройства, сглаживающего фильтра и каскада усиления шумов с регулируемым коэффициентом усиления. Так

как стабильность n_0 тем выше, чем больше коэффициент усиления петли регулирования, желательно при малом значении n_0 иметь большой коэффициент передачи детекторного устройства. Этому условию удовлетворяет

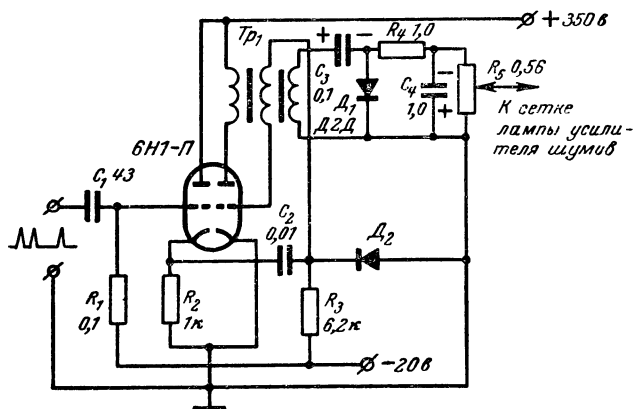


Рис. 15. Принципиальная схема детекторного устройства системы стабилизации n_0 .

схема детектора, приведенная на рис. 15. Хаотические по моментам появления положительные импульсы поступают через катодный повторитель (левая половина лампы) на заторможенный блокинг-генератор. Положительные импульсы блокинг-генератора поступают на импульсный детектор (C_3 , диод D_1), а затем на сглаживающий фильтр (R_4 , R_5 , C_4). Напряжение на конденсаторе C_4 в широком диапазоне изменений пропорционально n_0 . Измеряя это напряжение вольтметром с большим входным сопротивлением, можно судить об установившемся в генераторе значении n_0 .

Блокинг-генератор после каждого срабатывания имеет определенное время парализации, в течение которого он не

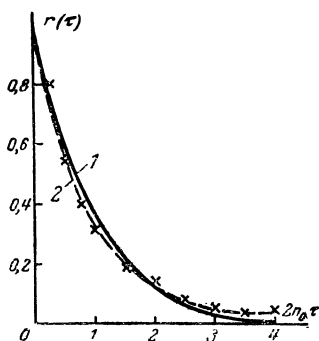


Рис. 16. Коэффициент корреляции обобщенного телеграфного сигнала.

1 — теоретическая; 2 — экспериментальная кривая.

может быть запущен. Для сокращения этого времени в цепь сетки включен диод D_2 , через который происходит разряд конденсатора C_2 . При $n_0=400 \text{ сек}^{-1}$ практически каждый импульс вызывает срабатывание блокинг-генератора.

Степень приближения сигнала описанного генератора к обобщенному телеграфному сигналу показывает экспериментальный график (рис. 16) коэффициента корреляции сигнала (пунктирная кривая), полученный с помощью генератора, для которого

$$\frac{\Delta f_{\text{ш}}}{n_0} = \frac{10^6}{400} = 2500.$$

6. ГЕНЕРИРОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ СО СЛУЧАЙНОЙ АМПЛИТУДОЙ

Задача получения случайных по амплитуде периодических импульсов весьма часто возникает в процессе проведения радиотехнического эксперимента. Достаточно указать на задачу имитации отраженного радиолокационного сигнала: исследования в области радиолокации требуют получения импульсов, модулированных по амплитуде в соответствии с диаграммой направленности антенны РЛС, законом обзора и флуктуацией отражающей поверхности цели. Последний вид амплитудной импульсной модуляции должен осуществляться случайным сигналом, имеющим заданные плотность вероятностей и корреляционную функцию. Получение случайных по амплитуде периодических импульсов является одновременно весьма простым способом получения флуктуаций со сплошным спектром в области низких частот. При этом весьма просто и легко контролировать регулировку ширины спектра (времени корреляции) получаемого случайного сигнала и, что особенно важно, удастся сохранить без изменений одномерную плотность вероятностей исходных флуктуаций.

Первая задача — имитация отраженного радиолокационного сигнала — сводится к получению случайного напряжения, воспроизводящего закон изменения огибающей и модуляции по амплитуде этим напряжением периодических импульсов. Модулятор должен обладать полосой пропускания от 0 до $F_{\text{макс}}$ и линейной модуляционной характеристикой.

Этим требованиям удовлетворяет схема рис. 17, состоящая из двух катодных повторителей (\mathcal{L}_1 и \mathcal{L}_2) и диодного каскада совпадений (диоды D_1 , D_2 , резистор R_0). Исходные периодические импульсы поступают на сетку

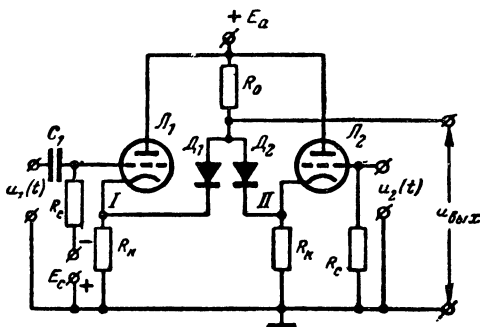


Рис. 17. Принципиальная схема линейного импульсного модулятора.

предварительно запертой лампы \mathcal{L}_1 , а затем — на вход I каскада совпадений. Случайный сигнал $u_2(t)$ через катодный повторитель, работающий в линейном режиме, поступает на вход II этого каскада. Амплитуда импульсов $U_{\text{и}}$ на входе I должна превышать максимальную величину сигнала на входе II . В этом случае на выходе схемы будут иметь место импульсы, амплитуда которых меняется по закону $u_2(t)$.

Эквивалентная схема представлена на рис. 18,а. Здесь катодные повторители и диоды заменены эквивалентными генераторами с э. д. с. $U_{\text{и}}$ и E_2 и внутренними сопротивлениями R_1 и R_2 , включающими сопротивления диодов и выходные сопротивления катодных повторителей. Параметры схемы выбираются из условия, что $R_0 \gg R_1, R_2$ (при открытых диодах). Если импульсы на схему не подаются, диод D_2 будет заперт благодаря тому, что напряжение на катоде \mathcal{L}_2 при действии сигнала $u_2(t)$ положительно. Соответственно диод D_1 открыт, а выходное напряжение постоянно и равно:

$$E_0 \approx \frac{E_a}{R_0} R_1 = \frac{E_a}{R_0} (R_{\text{д}} + R_{\text{к}}) \approx \frac{E_a}{R_0} R_{\text{к}}, \quad (22)$$

где $R_{\text{д}}$ — сопротивление открытого диода.

При поступлении импульсов ($U_{\text{и}} > E_{2\text{макс}}$) запирается диод D_1 , а диод D_2 , напротив, остается открытым и так как падение напряжения на последнем невелико, выходной сигнал будет иметь величину, близкую к E_2 . Более точно, выходное напряжение в момент действия импульса:

$$u_{\text{вых}} = E_a \frac{R_2}{R_0 + R_2} + E_2 \frac{R_0}{R_0 + R_2} \approx \frac{E_a}{R_0} R_2 + E_2 \approx \approx \frac{E_a}{R_0} R_0 + K_{\text{п}} u_2(t). \quad (23)$$

Здесь $R_2 = R_{\text{д}} + R_{\text{к.п}}$ — сумма внутреннего сопротивления открытого диода D_2 и выходного сопротивления катодного повторителя;

$K_{\text{п}}$ — коэффициент передачи катодного повторителя.

Перепад выходного напряжения $\Delta u_{\text{вых}} = u_{\text{вых}} - E_0 \approx \approx u_2(t) K_{\text{п}}$. Следовательно, выходной сигнал имеет вид импульсов, модулированных по амплитуде шумовым напряжением $u_2(t)$.

Если бы напряжение $E_{2\text{макс}}$ превысило амплитуду импульсов $U_{\text{и}}$, то в результате действия последних запирался бы диод D_2 , а выходное напряжение было бы равно $U_{\text{и}}$, что и отображается амплитудной характеристикой схемы (рис. 18, б).

Вторая задача — получение флуктуаций со сплошным спектром в области низких частот без изменения одномерной плотности исходных флуктуаций решается обычно методом, основанным на амплитудно-временном квантовании шумов с фиксацией мгновенного уровня квантуемых флуктуаций. Идея метода иллюстрируется рис. 19. На рис. 19, а приведена упрощенная блок-схема генератора, на рис. 19, б — элю-

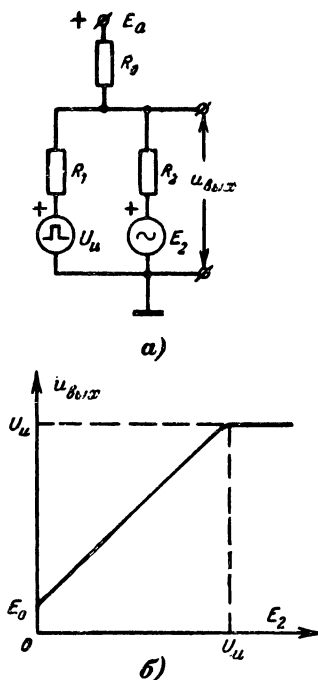


Рис. 18. Эквивалентная схема (а) и характеристика (б) модулятора.

ры напряжений на входе и выходе амплитудного квантователя такого типа.

Шумовое напряжение первичного источника усиливается и поступает на амплитудный квантователь. На второй вход квантователя подаются периодические импульсы

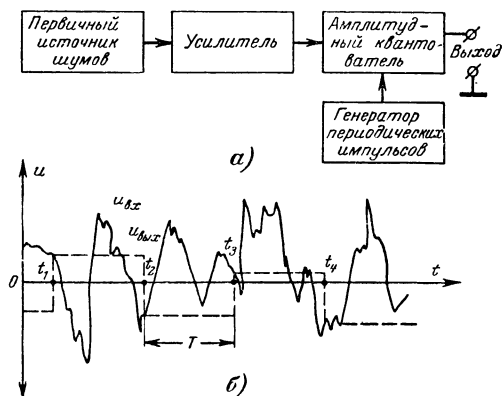


Рис. 19. Упрощенная блок-схема (а) и график напряжений амплитудного квантователя с фиксацией уровня (б).

пульсы, определяющие частоту взятия проб $f_{\Pi} = 1/T$. Амплитудный квантователь работает так, что напряжение, зафиксированное в момент t_i , остается неизменным до момента $t_i + T$. Если удовлетворить условию $T \gg \tau_k$ (τ_k — время корреляции шумов на входе квантователя), то функция корреляции процесса на его выходе будет описываться формулой [Л. 3]

$$R_K(\tau) = \begin{cases} \sigma^2 \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) & \text{при } |\tau| \leq T \\ 0 & \text{при } |\tau| > T, \end{cases} \quad (24)$$

где σ^2 — дисперсия амплитуд генерируемого сигнала.

Спектральная плотность квантованного процесса

$$G_K(\omega) = 2\sigma^2 \int_0^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) \cos \omega \tau d\tau = \sigma^2 T \frac{1 - \cos \omega T}{\frac{1}{2} (\omega T)^2}. \quad (25)$$

Такое преобразование сигнала обладает следующими важными для практики свойствами:

1) дисперсия выходного сигнала равна дисперсии входного, что позволяет контроль за интенсивностью сигнала перенести с выхода прибора (где этот контроль достаточно сложен) в область сравнительно высоких частот (где он значительно проще);

2) спектральная плотность сигнала у нулевых частот

$$G_K(0) = 2T\sigma^2 \quad (26)$$

пропорциональна периоду взятия проб и, следовательно, легко поддается регулировке и контролю;

3) закон распределения амплитуд сигнала на выходе генератора совпадает с законом распределения амплитуд флуктуаций на входе квантователя;

4) спектр выходного сигнала подчиняется закону распределения амплитуд случайных импульсов, что позволяет осуществлять раздельную регулировку закона распределения и ширину спектра.

Рассмотрим один из возможных методов реализации устройства такого типа. Начнем с простейшей схемы, приведенной на рис. 20. При замкнутом ключе K_L частотная характеристика схемы

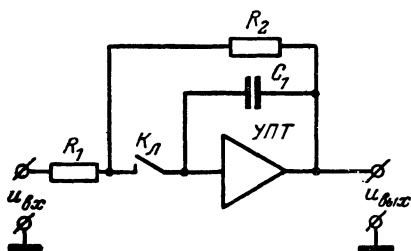


Рис. 20. Простейшая схема амплитудного квантователя.

$$\Phi(j\omega) = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{R_2 C_1 j\omega + 1} = \frac{K}{T_\Phi j\omega + 1}.$$

При $R_2 = R_1 = R$ полоса пропускания фильтра лежит в пределах от 0 до $f_v = 1/2RC_1$. Постоянная времени фильтра $T_\Phi = RC_1$ должна выбираться из условия неискаженного пропускания исходных флуктуаций. При размыкании ключа K_L на выходе фильтра фиксируется напряжение, имевшее место в момент размыкания. При этом, конечно, предполагается, что выходное сопротивление

усилителя постоянного тока неизмеримо меньше суммарного сопротивления $R_{\Sigma} = R_1 + R_2$. Если предположить, что отсутствуют сопротивления утечки, то схема будет обладать чрезвычайно большой памятью. При использовании высококачественных конденсаторов можно брать T порядка 100—200 сек.

В такой простейшей схеме время замкнутого состояния ключа Δt_3 должно быть во много раз меньше периода T . В то же время оно должно удовлетворять условию

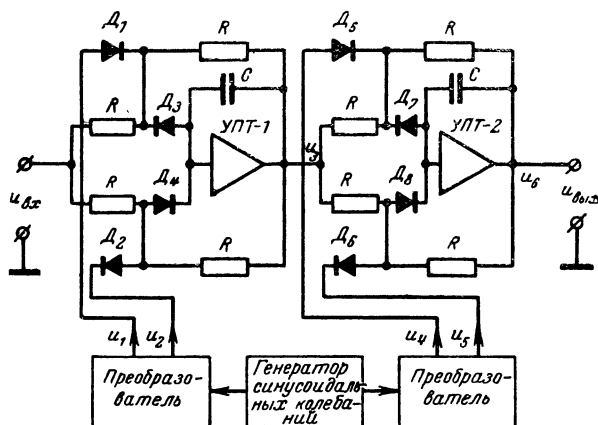


Рис. 21. Блок-схема амплитудного квантователя с фиксацией уровня квантуемого напряжения.

$\Delta t_3 \geq 3R_2C_1$, т. е. должно позволять полностью установиться процессу на выходе схемы. Так как выполнение этих двух условий значительно уменьшает возможности схемы, применяют более сложные квантователи. Один из вариантов практической схемы приведен на рис. 21 [Л. 36], работа которой поясняется графиками напряжений рис. 22.

Напряжение синусоидальной формы с периодом T подается на два преобразователя, которые формируют из него две пары противофазных импульсных напряжений u_1 , u_2 и u_4 , u_5 . Напряжения u_1 и u_2 коммутируют вход первого усилителя постоянного тока УПТ-1 так, что в интервале T_1 он отключен от входа и на его выходе удерживается

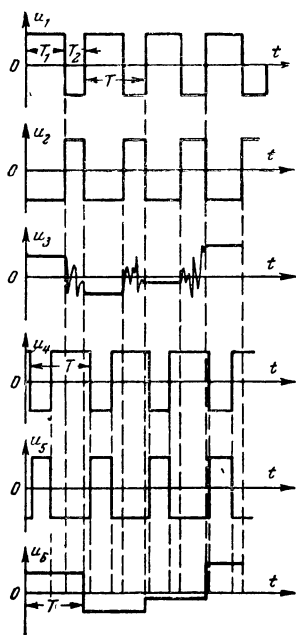


Рис. 22. Графики напряжений в различных точках амплитудного квантователя.

живается постоянное напряжение, величина которого равна мгновенному значению флуктуаций в момент переключения. Величины напряжений u_4 и u_5 выбраны таким образом, чтобы коммутация УПТ-2 происходила в моменты, когда на выходе УПТ-1 удерживается постоянное напряжение. Это достигается за счет выбора $T_2 < T_1$. Фазы коммутирующих напряжений выбраны так, что подключенному входу УПТ-2 соответствует отключенное состояние УПТ-1, благодаря чему зафиксированное на интервале T_1 напряжение продолжает удерживаться и на интервале T_2 . Как указано в [Л. 36], использование в качестве коммутирующих устройств полупроводниковых диодов предъявляет особые требования к стабильности их параметров, особенно обратного сопротивления и динамической емкости. С этой целью диоды желательно помещать в термостаты.

Динамический диапазон УПТ-1 и УПТ-2 должен выбираться из условия отсутствия ограничений входных флуктуаций. Для нормальных флуктуаций это соответствует $(4 \div 5)\sigma$.

ГЛАВА ВТОРАЯ

ГЕНЕРИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ С ЗАДАНЫМИ СТАТИСТИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

7. СПОСОБЫ ПОЛУЧЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ С РАВНОВЕРОЯТНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ АМПЛИТУД

Случайные напряжения с равновероятным распределением амплитуд играют заметную роль при моделировании различных процессов. Равновероятные напряжения наиболее просто преобразуются в напряжения с любым другим заданным законом распределения путем пропуска их через нелинейные устройства. Методы непосредственного генерирования напряжений с заданными плотностями вероятностей, за исключением нормальных флуктуаций, разработаны слабо. В то же время методы генерации случайных чисел с заданными законами распределения разработаны хорошо, поэтому целесообразно получать напряжения с заданным законом распределения путем использования преобразования число — аналог.

Часто для получения чисел с заданным законом распределения используются цифровые машины, работающие по определенной программе. Однако наиболее универсальным, простым и экономичным является способ генерирования случайных чисел с помощью специальных генераторов. В основе получения чисел с любым заданным законом распределения лежат преобразования равновероятных двоичных чисел, для которых вероятность появления каждого целого числа (от 0 до 2^N) одинакова. Особенностью равновероятных чисел является равен-

ство вероятностей появления 1 (P_1) и 0 (P_0) во всех N разрядах двоичного числа:

$$P_0 = P_1 = \frac{1}{2}. \quad (27)$$

Это соотношение можно доказать. Пусть генерируются N -разрядные равновероятные числа. В любом из чисел в d разрядах будет зафиксирована единица, а в $N-d$ — нуль. Число d — случайная величина, принимающая значения 0, 1, ..., N . Ровно d единиц будет содержать $M = C_N^d$ чисел. Единиц во всем ансамбле равновероятных чисел от 0 до 2^N будет:

$$n_z = \sum_{d=1}^N C_N^d d,$$

где C_N^d — число сочетаний из N по d .

В каждом разряде единицы встретятся $n_i = n_z/N$ раз. Вероятность появления единицы в i -м разряде равна отношению числа тех комбинаций, у которых в i -м разряде будет фиксироваться единица, к общему числу всех возможных комбинаций:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{\sum_{d=1}^N C_N^d \frac{d}{N}}{\sum_{d=0}^N C_N^d} = \frac{\sum_{d=1}^N \frac{(N-1)!}{(d-1)!(N-d)!}}{2^N} = \\ &= \frac{\sum_{d=1}^N C_{N-1}^{d-1}}{2^N} = \frac{2^{N-1}}{2^N} = \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Но в силу условия несовместимости состояний 0 и 1 $P_1 + P_0 = 1$, откуда непосредственно следует (27).

Таким образом, задача генерации равновероятных чисел сводится к получению N одноразрядных двоичных чисел с равновероятным появлением 1 и 0. Однако это условие является необходимым, но недостаточным. Если между состоянием i -го и j -го разрядов будет существовать статистическая связь, то числа не получатся равновероятными. В самом деле, допустив, что состояния

всех N разрядов жестко связаны, получим, что генератор будет выдавать только два числа: 0 и 2^N . Необходимость условия независимости состояний всех N разрядов достаточно очевидна из простых физических соображений.

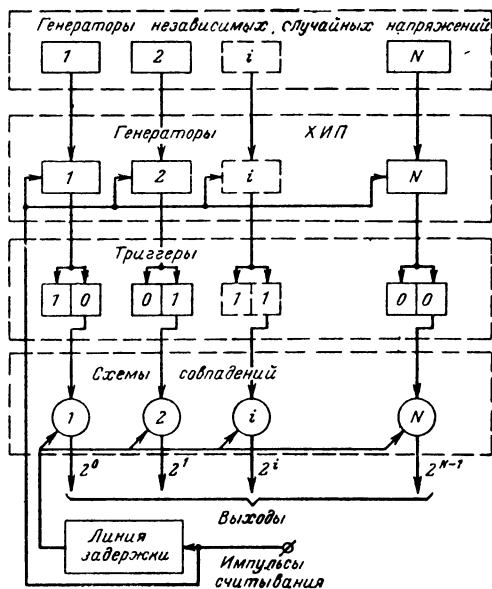


Рис. 23. Блок-схема генератора равновероятных чисел.

Равновероятные числа могут быть коррелированными или некоррелированными. В большинстве случаев практических задач предъявляется требование отсутствия корреляции между числами.

На основании проведенного рассмотрения блок-схема генератора равновероятных чисел может быть представлена в виде N -канального устройства (см. рис. 23), состоящего из N независимых случайных источников шума, преобразуемого в генераторах ХИП в случайные по моментам появления импульсы. Они воздействуют на систему, имеющую два состояния устойчивого равновесия, например триггер, работающий в режиме деления частоты. Одно из состояний схемы принимается за генерацию единицы, второе — нуля.

Непосредственное использование флуктуаций для переключения состояний триггеров недопустимо, так как уровни срабатываний его плеч всегда различны и условие (27) не удовлетворяется. Поэтому и необходимо предварительно преобразовать выбросы флуктуаций в короткие импульсы такой амплитуды, при которой каждый импульс вызывал бы перевод триггера в новое устойчивое состояние равновесия. Перед считыванием числа с триггера за время, несколько превосходящее время переходного процесса в нем, цепи запусков триггеров разрываются. После считывания процесс возобновляется.

Условие (27) будет полностью удовлетворяться в рассматриваемой схеме, но условие независимости каждого i -го двоичного числа от $i-1$ -го требует, чтобы с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, каждый из N триггеров хотя бы один раз переменял устойчивое состояние равновесия в течение одного тактового периода. Рассмотрим, как это условие удовлетворяется при использовании импульсов, подчиняющихся закону Пуассона. Степень выполнения условия независимости чисел удобно характеризовать вероятностью события, состоящего в том, что все N триггеров за один тактовый период сменят хотя бы один раз состояния равновесия. Найдем эту вероятность.

Вероятность события, состоящего в том, что j -й триггер не сменит состояния равновесия за время Δt , будет определяться формулой

$$P(\Delta t; 0) = e^{-z\Delta t}, \quad (28)$$

где z — средняя частота хаотических импульсов.

Состояния всех N триггеров не зависят друг от друга, поэтому вероятность события, состоящего в том, что хотя бы один из N триггеров за время Δt не сменит состояния равновесия, подчиняется биномиальному закону и равна:

$$P_N(\Delta t; 0) = \sum_{i=1}^N C_N^i P^i(\Delta t; 0) [1 - P(\Delta t; 0)]^{N-i}.$$

В любом случае должно удовлетворяться условие $P(\Delta t; 0) \ll 1$, поэтому приближенно можно принять:

$$P_N(\Delta t; 0) \approx NP(\Delta t; 0). \quad (29)$$

Подставляя (28) в (29), получим:

$$P_N(\Delta t; 0) \approx N e^{-\Delta t z}.$$

Задав требование на $P_N(\Delta t; 0)$, легко найти условие, которому должна подчиняться минимальная частота следования импульсов:

$$z \geq -\frac{1}{\Delta t} \ln \frac{P_N(\Delta t; 0)}{N}. \quad (30)$$

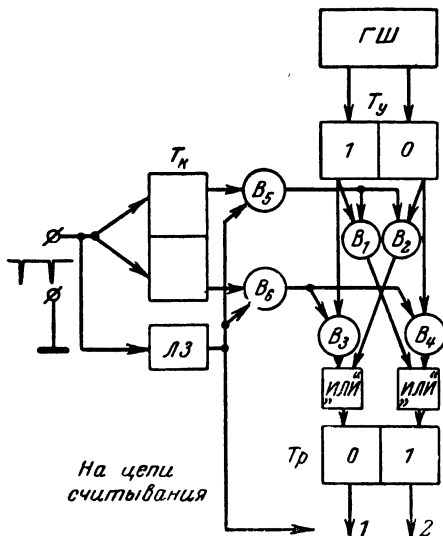


Рис. 24. Блок-схема системы перезаписи состояний триггеров.

Под Δt здесь следует понимать тактовый период считывания чисел за вычетом времени блокирования схемы, равного времени переходного процесса в триггере.

Если принять $\Delta t = 200$ мксек; $N = 20$; $P_N(\Delta t; 0) = 10^{-5}$, то генератор хаотических импульсов должен обеспечить $z \geq 85\,000$ импульсов в секунду, что технически реализовать весьма просто.

Можно исключить из схемы генератора преобразователь выбросов флуктуаций в ХИП, а влияние асимметрии триггера на вероятность P_0 и P_1 локализовать, используя схему перезаписи состояний (рис. 24).

Коммутирующее напряжение, представляющее собой периодические биполярные импульсы, со скважностью, равной двум, и частотой, равной частоте считывания, коммутируют вентили. Благодаря этому перезапись состояний с исходного триггера T_y на разрядный T_p в один тактовый период производится через вентили B_3B_4 , а в следующий период — через вентили B_1 и B_2 . Легко убедиться, что независимо от соотношения вероятностей состоя-

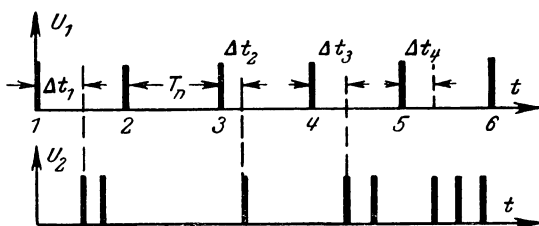


Рис. 25. Графики напряжений в генераторе равновероятных интервалов времени.

ний триггера T_y состояния триггера T_p будут равновероятными.

Линия задержки $ЛЗ$ необходима для того, чтобы успели установиться процессы в триггерах.

Из сопоставления схем рис. 23 и 24 видно, что схема генератора с использованием преобразователей выбросов флуктуаций в ХИП значительно проще по числу используемых элементов и, что особенно важно, по регулировке. Не обязательно, чтобы случайные по моментам появления импульсы строго подчинялись закону Пуассона. Достаточно удовлетворить одно условие: тактовый период генерируемых чисел должен существенно (в 10—15 раз) превосходить средний период следования случайных импульсов.

В основе второго способа получения равновероятных чисел лежит использование равновероятных случайных отрезков времени, получаемых сопоставлением моментов появления пуассоновских и периодических импульсов. Метод иллюстрируется временными диаграммами рис. 25. Здесь U_1 — периодическая последовательность импульсов (период T_n), U_2 — пуассоновские импульсы.

Пусть моменты появления периодических импульсов служат началом отсчета временных интервалов Δt_i . Дли-

тельности этих интервалов являются случайными величинами, заключенными в интервале $0—T_{\text{ш}}$; по мере роста средней частоты случайных импульсов более вероятными становятся короткие интервалы. Однако если использовать только те интервалы Δt_i , которые образованы в результате попадания в период $T_{\text{ш}}$ одного и только одного случайного импульса, то эти интервалы будут подчиняться равновероятному закону. В приведенной на рис. 25 реализации сигналов указанному условию удовлетворяет только интервал Δt_2 . То, что интервалы, подобные интервалу Δt_2 , подчиняются равновероятному закону, следует из самой природы явления: один и только один импульс в силу независимости моментов появления периодических и случайных последовательностей может появиться с равной вероятностью в любой точке интервала $T_{\text{ш}}$.

Выбирая из последовательности интервалов Δt_i интервалы, подобные Δt_2 , и преобразуя их тем или иным методом в двоичные числа, можно решить поставленную задачу. Получаемые таким образом числа будут появляться на выходе генератора не в каждый период следования регулярной последовательности импульсов.

Генератор будет работать как бы с перебоями. Чтобы число «холостых» периодов было минимальным, необходимо, чтобы вероятность появления одного и только одного импульса в интервале была максимальной. Указанная вероятность

$$P(T_{\text{ш}}; 1) = T_{\text{ш}} z e^{-T_{\text{ш}} z} \quad (31)$$

имеет максимум при $T_{\text{ш}} z = 1$. При этом

$$P(T_{\text{ш}}; 1) = \frac{1}{e},$$

т. е. только примерно одна треть циклов работы генератора будет рабочими. Аperiodичность генерируемых чисел является большим недостатком метода.

При конструировании генератора равновероятных чисел (как и чисел с любым другим законом распределения) необходимо решить вопрос об оптимальном числе разрядов (каналов) в генераторе. Напряжение, полученное путем преобразования число — аналог, будет иметь дискретное распределение с шагом по шкале амплитуд:

$$\Delta U = \frac{U_{\text{макс}}}{2^N - 1}. \quad (32)$$

Шаг квантования получаемого напряжения может выбираться из различных соображений, например из соответствия дисперсии требуемого закона дисперсии генерируемого напряжения.

Оценим методическую ошибку по дисперсии для генераторов равновероятных напряжений, использующих в качестве исходного сигнала набор из $n=2^N$ равновероятных чисел с дальнейшим их преобразованием типа число — аналог. Ошибку будем искать для закона распределения, определяемого выражением

$$f(u) = \begin{cases} 1 & \text{при } 0 < u < 1; \\ 0 & \text{при } u > 1. \end{cases}$$

Математическое ожидание для такого закона при непрерывном изменении u в указанных пределах; $\bar{u}=1/2$, а дисперсия $\sigma_u^2=1/12$.

Пусть дешифратор, преобразующий двоичное число в напряжение, построен так, что максимальное значение напряжения равно 1 в, а минимальное — нулю. В процессе работы единицы в разрядах будут фиксироваться с вероятностью $P_1=1/2$, поэтому для значения математического ожидания напряжения можно записать:

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^N 2^{i-1} P_1}{2^N - 1} = \frac{2^N - 1}{2(2^N - 1)} = \frac{1}{2}.$$

Таким образом, если „веса“ разрядов в дешифраторе выбирать по закону

$$\Delta u_i = \frac{2^{i-1}}{2^N - 1},$$

то генератор будет свободен от методической ошибки по математическому ожиданию. Дисперсия напряжения, обусловленного работой i -го разряда генератора, на выходе дешифратора будет равна:

$$\sigma_i^2 = \left(\frac{2^{i-1}}{2^N - 1} - \bar{u}_i \right)^2 P_1,$$

где

$$\bar{u}_i = \frac{2^{i-1}}{2^N - 1} P_1.$$

В силу независимости напряжений, поступающих на выход дешифратора по всем N его разрядам, для дисперсии полного напряжения можно записать:

$$\begin{aligned}\sigma_d^2 &= \sum_{i=1}^N \left(\frac{2^{i-1}}{2^N - 1} - \frac{2^{i-1}}{2^N - 1} P_1 \right)^2 P_1 = \\ &= \frac{1}{4(2^N - 1)^2} \sum_{i=1}^N (2^{i-1})^2.\end{aligned}$$

Учитывая, что

$$\sum_{i=1}^N (2^{i-1})^2 = \sum_{i=1}^N 4^{i-1} = \frac{4^N - 1}{3},$$

получим:

$$\sigma_d^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 = \frac{1}{12} \frac{2^N + 1}{2^N - 1}.$$

Естественно, что при $N \rightarrow \infty$

$$\sigma_d^2 \rightarrow \frac{1}{12}.$$

Методическую погрешность, связанную с дискретностью уровней напряжения, можно оценить относительной ошибкой:

$$\sigma_{\text{д.отн}}^2 = \frac{\sigma_d^2 - \sigma^2}{\sigma^2} 100 = \frac{2}{2^N - 1} 100\%. \quad (33)$$

Значения $\sigma_{\text{д.отн}}$ для различных значений N приведены в табл. 1. Отсюда следует, что по выбранному критерию дискретное напряжение от непрерывного отличается мало уже при $N = 7 \div 8$.

Оценка методической погрешности для других законов распределения весьма сложна. Однако для широко-

Таблица 1

N	1	2	3	4	5	6	7	8
$\sigma_{\text{д.отн}}^2, \%$	200	66,6	28,5	13,3	6,45	3,17	1,59	0,79

го класса законов распределения, а именно для законов, имеющих один максимум (нормального, релеевского, экспоненциального и т. д.), дисперсия оказывается меньше дисперсии равновероятного закона. Следовательно, можно предположить, что и методическая погрешность, вызванная дискретностью генерируемых уровней, не превзойдет аналогичной погрешности, рассчитанной для равновероятного закона.

Если исходные числа независимы, то полученное напряжение будет иметь функцию корреляции и спектральную плотность, определяемые выражениями (25) и (26) соответственно. Если же числа коррелированы, то функция корреляции напряжения будет, естественно, определяться функцией корреляции чисел. Задавая вероятности событий, состоящих в смене знаков напряжения от такта к такту считывания чисел, можно получить напряжения с любой функцией корреляции. Вся сложность состоит в задании вероятностей переходов триггеров из одного устойчивого состояния равновесия в другое.

8. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ С ЗАДАНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Для получения напряжений с заданной плотностью вероятностей амплитуд мгновенных значений широко используются нелинейные преобразования случайных сигналов. Исходными, как правило, являются сигналы с равновероятным или нормальным распределениями амплитуд. Особенно перспективным метод нелинейных преобразований стал в связи с внедрением в практику проведения исследований моделей постоянного тока, располагающих набором легко перестраиваемых нелинейностей.

В теории вероятностей обычно рассматривается задача нахождения плотности вероятностей флуктуаций, прошедших через нелинейный элемент.

Рассмотрим обратную задачу [Л. 13]. Пусть известны плотности вероятностей исходного сигнала $\varphi_y(y)$ и требуемая плотность вероятностей $\varphi_x(x)$. Надо найти уравнение нелинейного элемента, осуществляющего требуемое преобразование случайного сигнала, т. е. функцию

$$x = f(y). \quad (34)$$

Вероятности пребывания обоих сигналов в интервалах dy и dx одинаковы, поэтому $\varphi_y(y) dy = \psi_x(x) dx$, откуда

$$x = \int_y \frac{\varphi_y(y) dy}{\psi_x(x)}. \quad (35)$$

Наиболее простым нелинейное преобразование оказывается в том случае, если в качестве исходного используется равномерно распределенный сигнал, т. е. когда

$$\begin{aligned} \varphi_y(y) &= 1 \quad \text{при } 0 < y \leq 1; \\ \varphi_y(y) &= 0 \quad \text{при } 0 > y > 1. \end{aligned}$$

В теории вероятностей доказывается теорема (см., например, [Л. 38]), согласно которой случайная величина y , связанная со случайной величиной x , имеющей плотность вероятностей $f_x(x)$, соотношением

$$y = \int_0^x \psi_x(x) dx, \quad (36)$$

является равномерно распределенной в интервале (0—1). По физическому смыслу x является монотонно возрастающей функцией y и всегда может быть найдена функция $x = f(y)$, а обратная функция

$$y = f^{-1}(x) \quad (37)$$

выражается соотношением (36). В самом деле, в силу равномерности распределения y в интервале 0—1 случайная величина x распределена в том же интервале и ее интегральный закон распределения удовлетворяет соотношению

$$\Phi_x(x) = \int_0^{f^{-1}(x)} \varphi_y(y) dy = f^{-1}(x),$$

откуда с учетом (37)

$$f^{-1}(x) = \int_0^x \psi_x(x) dx. \quad (38)$$

Найдем уравнения нелинейных элементов для некоторых наиболее типичных плотностей вероятностей.

1. Показательный закон

$$\psi_x(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{при } x \geq 0;$$

$$\psi_x(x) = 0 \quad \text{при } x < 0;$$

$$y = f^{-1}(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x},$$

откуда уравнение нелинейного звена

$$x = f(y) = -\frac{1}{\lambda} |\ln(1 - y)| \quad 0 \leq y \leq 1.$$

2. Закон Коши

$$\psi_x(x) = \frac{1}{\pi(1-x^2)};$$

$$y = f^{-1}(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^x \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2} \left| \ln \frac{1+x}{1-x} \right|;$$

$$x = \left| \frac{e^{2\pi y} - 1}{1 + e^{2\pi y}} \right| \quad 0 \leq y \leq 1.$$

3. Релеевское распределение

$$\psi_x(x) = \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}};$$

$$y = f^{-1}(x) = \int_0^x \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = 1 - e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}},$$

откуда

$$x = f(y) = \sigma \sqrt{2 |\ln(1 - y)|}.$$

Так как диапазон изменений входных напряжений для нелинейных преобразователей всегда превосходит 0—1, то необходимо выбрать соответствующим образом масштаб уравнений нелинейных преобразователей.

Устройство генераторов равновероятных напряжений, основанных на преобразовании равновероятных чисел в напряжение, оказывается достаточно сложным. В то же время получение напряжений с нормальным законом распределения амплитуд осуществляется значительно

более простыми средствами. Поэтому определенный интерес может представлять преобразование напряжений с нормальным законом распределения амплитуд в напряжения с другим законом распределения. Так, равномерно распределенный симметричный относительно нуля сигнал с функцией распределения

$$\psi_x(x) = \frac{1}{2|a|}$$

можно получить путем преобразования вида (35):

$$x = \frac{2a}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{\frac{a}{3}}^y e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy.$$

Согласование масштаба флуктуаций можно считать удовлетворенным, если принять $\sigma = a/3$. Тогда

$$x = 2a \left[\operatorname{erf} \left(\frac{3y}{a} \right) - \frac{1}{2} \right],$$

где

$$\operatorname{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

9. ПОЛУЧЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ С ЗАДАННОЙ ОДНОМЕРНОЙ ПЛОТНОСТЬЮ ВЕРОЯТНОСТЕЙ МЕТОДОМ ЗАДАНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ КАНАЛОВ

Весьма интересный метод получения напряжений с заданным дискретным законом распределения амплитуд был предложен Я. С. Ицхоки, П. С. Падуню и Л. П. Фирсовым. Идея метода состоит в использовании равновероятных чисел, генерируемых с помощью N независимых каналов, для получения заданных вероятностей состояний P_1 и P_0 в системе из $n=2^N$ взаимосвязанных каналов. Система строится так, что появление напряжения, отличного от нуля, в любой момент времени возможно в одном и только одном канале, т. е. эти события являются несовместимыми. Принцип построения генератора рассмотрим на простейшем примере. На рис. 26 приведена блок-схема генератора, позволяющего получать четыре равновероятных уровня напряжения.

Напряжения с разрядных триггеров генератора равновероятных чисел T_1 и T_2 подаются на схемы совпадений CC_i . На их выходах напряжение будет существовать только в том случае, если высокие потенциалы по-

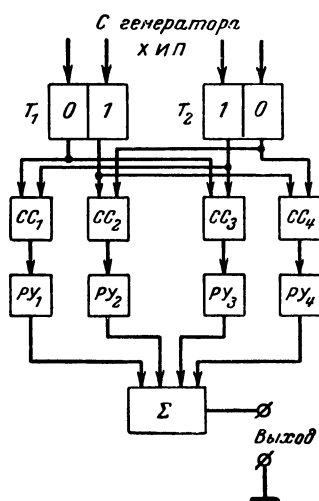


Рис. 26. Блок-схема четырехканального генератора независимых уровней напряжения.

может использоваться схема ИЛИ.

Пусть на схему совпадений поданы напряжения не с двух, а с N триггеров. В силу независимости случайных состояний триггеров высокий потенциал на выходе схемы совпадений будет фиксироваться с вероятностью

$$P_{1N} = \frac{1}{2^N}, \quad (39)$$

а низкий потенциал — с вероятностью

$$P_{0N} = 1 - \frac{1}{2^N}.$$

Если в $m \leq 2^N$ каналах установить одинаковое напряжение, равное U_m , то это напряжение на выходе схемы будет появляться с вероятностью

$$P_m = \frac{m}{2^N}; \quad m \leq 2^N. \quad (40)$$

даны на оба входа. Последовательно рассматривая возможные варианты случайных состояний обоих триггеров, можно убедиться, что в любой момент времени (в каждый тактовый период работы генератора) напряжение существует на одном и только одном выходе схем совпадений, т. е. появление напряжения на всех выходах явления не только случайные, но и несовместимы. Регулировка уровней генерируемых напряжений осуществляется с помощью каскадов регулировки уровней (РУ). Напряжения с выходов всех каналов поступают на сумматор Σ . Так как напряжения с выходов различных каналов не совпадают во времени, в качестве сумматора

При $N=3$ можно получить набор вероятностей состояний любого из уровней $P_{1m}=0; 1/8; 2/8; \dots, 7/8; 1$. Таким образом, можно образовать $L=2^N$ каналов, вырабатывающих заданные уровни напряжений, и формировать требуемое случайное напряжение по принципу, иллюстрируемому рис. 27.

Пусть задана в виде кривой $f_u(u)$ плотность вероятностей случайного напряжения. Весь диапазон возможных значений вероятностей требуемого закона разобьем на определенное число одинаковых отрезков. При этом, как легко видеть из рис. 27, будут удовлетворяться соотношения:

$$\begin{aligned} P_i &= P_{i-1} + P_1 = iP_1; \\ P_i &= P_{i-2} + P_2 = iP_1; \\ &\dots \dots \dots \\ P_i &= P_{i-k} + P_k = iP_1. \end{aligned}$$

В рассматриваемом случае вероятности P_i будут соответствовать два значения генерируемого напряжения u_i и u'_i . Поэтому минимальному значению вероятности $P_1=1/2N$ должны быть поставлены в соответствие два уровня напряжения u_1 и u'_1 , т. е. задействованы два выходных канала. Второму уровню ($u_2 u'_2$) — четыре канала, третьему — шесть и т. д.

Исключение может составлять наименее вероятный уровень, для которого достаточно иметь M , а не $2M$ каналов. Из условий нормировки можно записать формулу

$$1 = \frac{1}{2^N} [2 + 4 + 6 + \dots + 2(M-1) + M],$$

или

$$2^N = 2 \sum_{i=1}^{M-1} i + M = M^2,$$

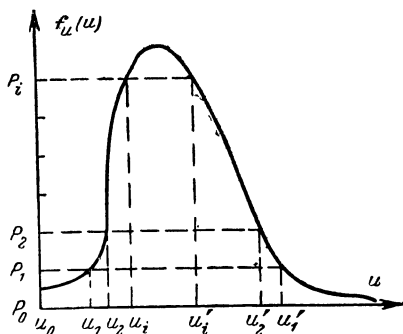


Рис. 27. Принцип разбиения заданной плотности вероятностей на дискретные уровни.

откуда требуемое число разрядов генератора

$$N = 2 \log_2 M.$$

Для получения случайных напряжений, имеющих плотности вероятностей, не совпадающие для различных уровней (например, распределение в виде экспонен-

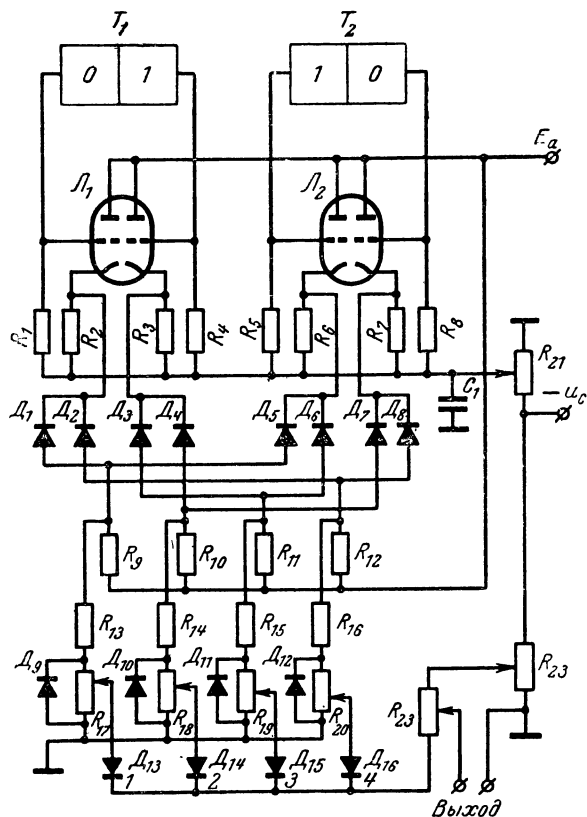


Рис. 28. Схема четырехканального генератора независимых уровней напряжения.

ты), i -му уровню напряжения ставится в соответствие не $2M$, а M каналов. Принципиальная схема четырехканального генератора приведена на рис. 28. Схемы триггеров на рисунке не показаны. В генераторе можно при-

менять самые простые схемы триггеров, но желательно, чтобы потенциалы на анодах ламп изменялись от небольшого отрицательного напряжения до $+20 \div +50$ в. Необходимость использования таких «утопленных» по потенциалам триггеров вытекает из случайного характера сигнала, поступающего на сетки ламп катодных повторителей (лампы L_1, L_2). С определенной вероятностью может оказаться, что потенциалы анодов того или иного триггера не будут меняться длительное время.

Для компенсации падения напряжения на нагрузках катодных повторителей (R_2, R_3, R_6, R_7), вызванного током, протекающим через схемы совпадений, используется небольшое отрицательное напряжение (потенциометр R_{21}). Схемы совпадений (диоды $D_1—D_8$ и резисторы $R_9—R_{13}$) также желательно соединить со схемой регулирования напряжений (резисторы $R_{13}—R_{20}$ и диоды-стабилизаторы $D_9—D_{12}$) без разделительных конденсаторов. Для целей стабилизации уровней выходного напряжения потенциометры $R_{17}—R_{20}$ целесообразно заблокировать, как это показано на схеме. Диоды $D_{13}—D_{16}$, образующие схему ИЛИ, в малоканальных схемах можно не ставить. Уровень среднего значения генерируемого напряжения может устанавливаться различными способами, в частности, с помощью источника отрицательного напряжения, как это показано на схеме (потенциометр R_{23}).

Из приведенной схемы видно, что даже малоканальные генераторы достаточно сложны. В то же время совершенно необязательно получать заданные вероятности состояний выходных каналов генератора прямым умножением в одной схеме совпадений вероятностей состояний всех N триггеров. Можно использовать параллельно-последовательный метод умножения вероятностей состояний регистровых триггеров (рис. 29). Число диодов, необходимых для образования промежуточных каналов $1'—4'$ и $1''—8''$, будет составлять $K_d = 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 = 32$. Схемы совпадений в дешифраторе на 32 канала будут иметь по 2 входа (по одному с каждого из промежуточных дешифраторов), следовательно, число диодов в нем $l = 3 \cdot 2^5 = 96$. Таким образом, общее число диодов, используемых в схемах совпадений, составит 96. При использовании же дешифратора с одной ступенью образования каналов потребовалось бы $5 \cdot 2^5 = 160$ диодов.

При заданном числе разрядов исходного равновероятного числа легко подобрать оптимальную схему образования каналов. При этом вероятности появления напряжения на выходах 1—32 будут, как и при одноступенчатом дешифраторе равны:

$$P_{1N} = \frac{1}{2^N} = \frac{1}{2^2} \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2^5}.$$

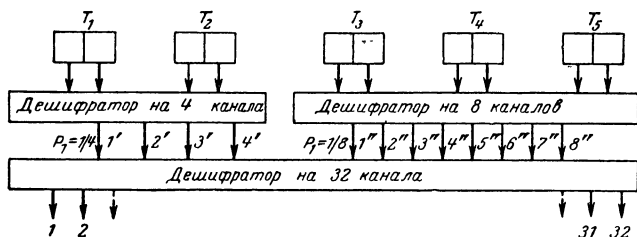


Рис. 29. Блок-схема генератора с параллельно-последовательным способом образования каналов.

При использовании в генераторе каналов, имеющих равные вероятности состояний, для получения заданного значения вероятностей того или иного уровня необходимо задавать $2i$ каналам один и тот же уровень напря-

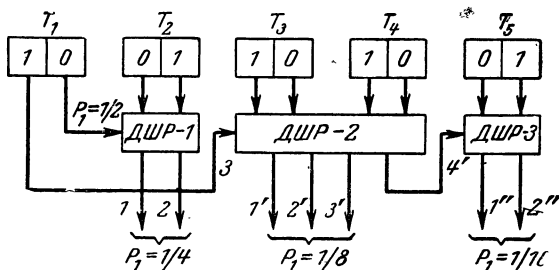


Рис. 30. Блок-схема генератора с неравновероятными состояниями каналов.

жения. Это усложняет генератор. Между тем можно создать систему образования каналов, имеющих различную вероятность появления напряжения на ее выходах. Пример построения такой схемы приведен на рис. 30. Легко убедиться в том, что вероятности P_1 будут в двух каналах равны $1/4$, в трех $1/8$ и в двух $1/16$.

При этом условие несовместимости появления напряжений на всех выходах удовлетворяется, в чем легко убедиться, последовательно рассмотрев все возможные состояния системы. Убедиться в этом можно и на основании удовлетворения условия нормировки:

$$\sum_i P_i = 2 \frac{1}{4} + 3 \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{16} = 1.$$

Число схем совпадений и диодов в них окажется значительно меньшим, чем в рассмотренных выше схемах.

Упрощается схема генератора и за счет уменьшения числа схем регулировки уровней напряжения, так как для получения вероятности i -го уровня P_i нет необходимости использовать i схем регулировки уровней, i каналов в схеме ИЛИ, а также сокращается число катодных повторителей, используемых для разделения ступеней дешифратора.

Генератор целесообразно конструировать так, чтобы иметь возможность хотя бы частично менять схему образования каналов. В этом случае можно подобрать такую схему, которая будет оптимальным образом воспроизводить заданный закон распределения амплитуд при минимальном числе используемых элементов. При настройке генератора наиболее сложным является вопрос об оптимальном выборе дискретных уровней генерируемого напряжения. Приведенный выше пример равномерного разбиения шалы вероятностей является неоптимальным и его следует рассматривать только как иллюстрацию принципа действия генератора. В математическом плане задача сводится к отысканию минимума среднего квадрата ошибки воспроизведения заданной кривой ступенчатой функцией с конечным числом ступеней, определяемых числом каналов генератора.

На основании простых физических представлений легко убедиться в том, что оптимальное решение задачи приведет к необходимости использовать неравномерные шкалы деления как по оси абсцисс, так и по оси ординат. Однако решение указанной задачи нам неизвестно даже для наиболее часто встречающегося нормального закона. Поэтому можно рекомендовать использовать во всех случаях равномерную шкалу деления по уровням генерируемых напряжений, а по значениям вероятностей

уровней стремиться выбирать середину участка разбиения.

Получить двоичные числа с заданным законом распределения можно также методом задания вероятностей состояний 0 и 1 всех N разрядов генератора. Каждому разряду двоичного числа с любым законом распределения соответствуют только два состояния ± 0 и 1 . При заданной разрядности числа и закона его распределения вероятности состояний P_1 и P_0 оказываются определенными однозначно. Ведь только соотношения между P_1 и P_0 в каждом из N разрядов и определяют тот закон, которому подчиняются генерируемые числа. Вероятности P_1 и P_0 можно определить, располагая таблицей случайных чисел с требуемым законом. Однако такие таблицы существуют только для ограниченного числа наиболее распространенных законов распределения, поэтому метод не получил распространения.

Рассмотренный выше принцип получения случайных чисел обладает одним замечательным свойством: в генераторе можно независимо от закона распределения амплитуд менять ширину спектра генерируемого сигнала, так как корреляционная функция такого сигнала инвариантна к закону распределения амплитуд и определяется формулой (25). Каждый из каналов генератора является генератором случайного сигнала со сплошным спектром (26), а генератор в целом можно рассматривать как источник N независимых сигналов.

Хотя сигналы с функцией корреляции (25) довольно часто встречаются на практике, они не могут удовлетворить все ее потребности. Поэтому необходимо рассмотреть способы получения случайных сигналов с заданными корреляционными функциями, основанные на пропускании сигналов со сплошным спектром через линейные фильтры.

10. ПОЛУЧЕНИЕ ИНФРАНИЗКОЧАСТОТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ С ЗАДАННОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ

Инфранизкочастотные флуктуации с требуемой корреляционной функцией можно получить, пропуская через фильтр нижних частот случайный сигнал с постоянной в пределах его полосы пропускания спектральной плотностью.

Спектральная плотность сигнала на выходе линейной системы $G_{\text{в}}(\omega)$ связана с спектральной плотностью сигнала на его входе $G(\omega)$ и частотной характеристикой фильтра $\Phi(j\omega)$ соотношением

$$G_{\text{в}}(\omega) = G(\omega) |\Phi(j\omega)|^2. \quad (41)$$

Если предположить, что в пределах полосы пропускания фильтра $G(\omega) = G(0) = \text{const}$, то

$$G_{\text{в}}(\omega) = G(0) |\Phi(j\omega)|^2 \quad (42)$$

будет определяться только значением спектральной плотности входного сигнала на нулевой частоте и параметрами формирующего фильтра. В свою очередь спектральная плотность функционально связана с корреляционной функцией, поэтому, используя выражение

$$|\Phi(j\omega)|^2 = \frac{2}{G(0)} \int_0^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau d\tau, \quad (43)$$

можно однозначно связать параметры формирующего фильтра с параметрами корреляционной функции.

Таким образом, задача отыскания схемы, необходимой для формирования флуктуаций с заданной корреляционной функцией, сводится к определению по формуле (43) модуля частотой характеристики фильтра, а по ней — набора элементарных звеньев, соединение которых обеспечит получение необходимой частотной характеристики. Конечно, при этом допускается методическая ошибка, связанная с идеализацией исходного сигнала. Ниже мы оценим величину этой ошибки.

Формирующие фильтры могут быть пассивными и активными. Наиболее важными недостатками пассивных фильтров являются высокое выходное сопротивление и трудность обеспечения плавной регулировки всех параметров с целью получения необходимой корреляционной функции флуктуаций. Активные фильтры, созданные на базе усилителей постоянного тока, лишены этих недостатков и позволяют плавно регулировать и достаточно просто задавать требуемые параметры флуктуаций.

Наиболее часто встречающиеся на практике корреляционные функции описываются выражениями:

$$R_1(\tau) = \sigma_1^2 e^{-\alpha|\tau|}; \quad (44)$$

$$R_2(\tau) = \sigma_2^2 e^{-\alpha_1|\tau|} (\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha_1}{\omega_0} \sin \omega_0 |\tau|); \quad (45)$$

$$R_3(\tau) = \sigma_3^2 e^{-\alpha_1|\tau|} \cos \omega_0 \tau. \quad (46)$$

Можно найти весьма большое количество схем активных фильтров для формирования случайных сигналов с такими корреляционными функциями. Рассмотрим наиболее простые реализации таких фильтров.

1. Фильтр для формирования флуктуаций с корреляционной функцией (44). Подставив в формулу (43) выражение для корреляционной функции (44), получим:

$$|\Phi_{1\Phi}(j\omega)|^2 = \frac{2}{G(0)} \frac{\frac{\sigma_1^2}{\alpha}}{\frac{1}{\alpha^2} \omega^2 + 1}. \quad (47)$$

Частотной характеристикой такого вида обладает фильтр, схема которого изображена на рис. 31. Квадрат модуля его частотной характеристики будет:

$$|\Phi_1(j\omega)|^2 = \frac{K_1^2}{T_\Phi^2 \omega^2 + 1}, \quad (48)$$

где

$$T_\Phi = R_2 C_1; \quad K_1 = \frac{R_2}{R_1}.$$

Приравняв (47) и (48), получим:

$$\frac{\sigma_1^2}{\alpha} = K_1^2; \quad \frac{1}{\alpha^2} = T_\Phi.$$

Связь между требуемыми параметрами корреляционной функции и фильтра будет определяться равенствами

$$\alpha = \frac{1}{R_2 C_1}; \quad (49)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{G(0) R_2}{C_1 R_1^2}. \quad (50)$$

Если $G(0)$ и C_1 заданы, то двумя параметрами фильтра R_2 и R_1 определяются два параметра корреляционной функции α и σ_1 . Величину α можно задавать, устанавливая заранее проградуйрованные значения R_2 . Более просто это сделать, используя источник постоянного напряжения. В самом деле, если на вход фильтра подать постоянное напряжение $U = U_{\text{эт}}$, на выходе фильтра установится напряжение

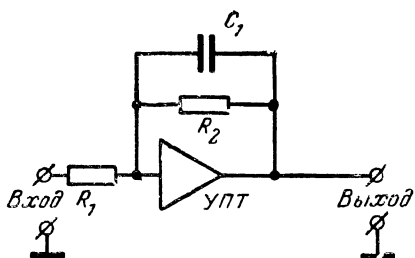


Рис. 31. Активный фильтр для получения сигнала с корреляционной функцией $R_1(\tau) = \sigma_1^2 e^{-\alpha |\tau|}$.

$$U_{\text{уст1}} = U_{\text{эт}} K_1 = U_{\text{эт}} \frac{R_2}{R_1}. \quad (51)$$

Изменяя R_2 и наблюдая $U_{\text{уст1}}$, легко задать требуемое значение α .

Подставив в (49) значение R_2 , полученное из (51), найдем:

$$U_{\text{уст1}} = \frac{U_{\text{эт}}}{\alpha C_1 R_1} = \frac{\text{const}}{\alpha}. \quad (52)$$

Значение второго параметра флуктуаций σ_1 можно задать регулировкой R_1 (51), но для этого необходимо иметь семейство кривых $\sigma_1 = \psi_1(R_1)$ для различных значений R_2 и проградуйрованный резистор R_1 . Если в качестве исходного используется случайный телеграфный сигнал, для которого на основании (19) $G(0) = h^2/n_0$, а $\sigma_1^2 = h^2 R_2 / 2n_0 R_1^2 C_1$, то, регулируя h или n_0 , можно однозначно задавать σ_1 .

Таким образом, при наличии двух номограмм $\alpha = f_1(U_{\text{уст1}})$ и $\sigma_1/h = f_2(U_{\text{уст1}})$ для заданного значения $U_{\text{эт}}$ весь процесс настройки генератора сводится к двум операциям:

изменяя R_1 и наблюдая напряжение на выходе фильтра, устанавливается требуемое значение α ;

по номограмме для $U_{\text{уст1}}$ определяется требуемое значение h , которое и устанавливается в генераторе.

Конечно, установку требуемого значения дисперсии

генерируемого сигнала можно осуществить и с помощью калиброванного делителя напряжения, но это усложняет генератор и неизбежно увеличивает его выходное сопротивление.

2. Корреляционной функцией (45) обладают флуктуации на выходе колебательного звена, если на его вход

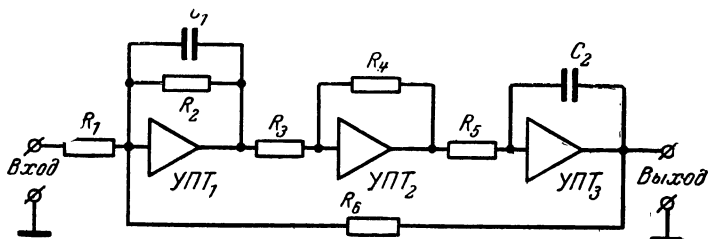


Рис. 32. Активный фильтр для получения сигнала с корреляционной функцией $R_2(\tau) = \sigma_2^2 e^{-\alpha_1 \tau} \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha_1}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right)$.

подать сигнал с равномерным в пределах полосы пропускания спектром. В самом деле, подставив в (43) выражение для $R_2(\tau)$ из (45) и проведя интегрирование, получим:

$$|\Phi_{2\Phi}(j\omega)|^2 = \frac{\sigma_2^2 \alpha}{G(0) \omega_0} \left[\frac{2\omega_0 - \omega}{(\omega_0 - \omega)^2 + \alpha_1^2} + \frac{2\omega_0 + \omega}{(\omega_0 + \omega)^2 + \alpha_1^2} \right]. \quad (53)$$

Наиболее простой по числу используемых элементов схемой набора фильтра, имеющего квадрат модуля частотной характеристики, совпадающей с (53), является схема рис. 32.

Не останавливаясь на промежуточных выкладках, запишем уравнения, связывающие параметры фильтра с параметрами заданной корреляционной функции:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2R_2C_1}; \\ \sigma_2^2 &= \frac{G(0) R_2 R_6}{2R_1^2 R_5 C_2}; \\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{R_5 R_6 C_1 C_2} - \alpha_1^2}. \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Таким образом, для трех параметров корреляционной функции имеются три уравнения. Схема содержит шесть резисторов. Процесс настройки оказывается наиболее простым, если регулируемые сделать резисторы R_1 , R_2 и R_6 . Установку требуемых значений сопротивлений можно производить, как и в первом случае, подавая на вход фильтра постоянное напряжение. Все расчетные формулы целесообразно представить в виде номограмм, построенных для требуемых значений $U_{уст}$. Использование этих номограмм окажется целесообразным, если фильтр реализован как отдельное устройство. В том же случае, когда используется набор фильтра на блоках модели постоянного тока, требуемые параметры легко определить из уравнений (54), разрешив их относительно R_1 , R_2 и R_6 .

Для формирования флуктуаций с корреляционной функцией (46) удобно использовать фильтр, который является последовательным соединением (рис. 33) только что рассмотренного фильтра и активного форсирующего звена с частотной характеристикой

$$\Phi_a(j\omega) = -K_a(1 + T_a j\omega), \quad (55)$$

где

$$K_a = \frac{R_8}{R_7}; \quad T_a = C_3 R_7. \quad (56)$$

Частотная характеристика всего фильтра:

$$\Phi_s(j\omega) = \frac{K_2[K_a(1 + T_a j\omega)]}{T_\phi^2(j\omega)^2 + 2\xi T_\phi j\omega + 1}. \quad (57)$$

Квадрат модуля частотной характеристики фильтра, который позволил бы формировать флуктуации с корреляционной функцией (46), будет определяться формулой

$$|\Phi_{s\phi}(j\omega)|^2 = \alpha \sigma_3^2 \left[\frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2 + \alpha_1^2} + \frac{1}{(\omega_0 + \omega)^2 + \alpha_1^2} \right]. \quad (58)$$

Можно показать, что фильтр, изображенный на рис. 33, будет иметь требуемую для решения поставленной задачи частотную характеристику только в том случае, если удовлетворено условие согласования:

$$T_a = \sqrt{\frac{T_\phi T_3}{K_1 K_0}}, \quad (59)$$

где

$$K_0 = \frac{R_6}{R_1}; \quad K_1 = \frac{R_2}{R_1}; \quad T_\phi = R_2 C_1; \quad T_3 = R_5 C_2.$$

Подставив в (57) значение T_a из (59), можно определить квадрат модуля частотной характеристики, приравняв его выражению (58), найти связь между параметрами фильтра и корреляционной функции формируемых

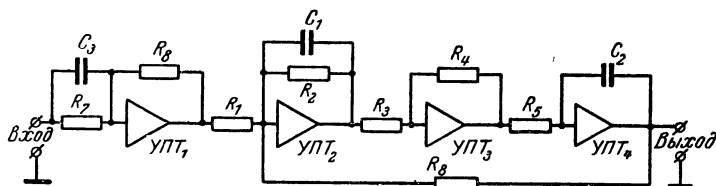


Рис. 33. Активный фильтр для получения сигнала с корреляционной функцией $R_3(\tau) = \sigma_3^2 e^{-\alpha_1 |\tau|} \cos \omega_0 \tau$.

флуктуаций. При этом α_1 и ω_0 будут связаны с параметрами фильтра выражениями (54). Величина дисперсии флуктуаций будет определяться формулой

$$\sigma_3^2 = \frac{G(0) R_2 R_8^2 C_3^2}{R_1^2 C_1 C_2 R_5^2}. \quad (60)$$

В качестве регулируемых параметров фильтра удобно принять: R_2 — для задания α_1 ; R_6 — для задания ω_0 , а условие согласования (59) удовлетворять, изменяя R_7 . Как и в первых двух случаях, задать требуемые значения параметров флуктуаций можно, используя источник постоянного напряжения, подключаемый к соответствующим точкам схемы. По приведенным формулам легко могут быть рассчитаны номограммы для настройки фильтров.

При использовании в фильтрах типовых усилителей постоянного тока нельзя получить флуктуации, спектр которых шире 100 гц. Для формирования более широкополосных флуктуаций применяют пассивные LCR-фильтры. Для формирования флуктуаций с корреляционной функцией (44) наиболее простым является RC-фильтр

(рис. 34,а). Параметры флуктуаций связаны с параметрами фильтра формулами

$$\alpha = \frac{1}{RC}; \quad (61)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{G(0)}{2RC}. \quad (62)$$

Флуктуации с корреляционной функцией (45) можно сформулировать с помощью LCR -фильтра (рис. 34,б). Для него связь параметров будет определяться формулами

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{R}{2L}; \\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}; \\ \sigma_2^2 &= \frac{G(0)}{2RC}. \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

Для получения флуктуаций, имеющих корреляционную функцию (46), необходимо последовательно с LCR -фильтром включить звено с частотной характеристикой вида (55). Однако из пассивных элементов получить цепь с такой частотной характеристикой невозможно. Приближение к цепи с корреляционной функцией типа (46) дает схема, изображенная на рис. 34,в. Для развязки звеньев фильтра между ними включен усилитель с коэффициентом передачи $K_{\text{в}} = 1$. Частотная характеристика фильтра, состоящего из $R_1 R_2 C_1$, описывается формулой

$$\Phi_{\text{в}}(j\omega) = K_{\text{в}} \frac{1 + R_1 C_1 j\omega}{1 + K_{\text{в}} R_1 C_1 j\omega},$$

где коэффициент передачи по постоянному току:

$$K_{\text{в}} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2}} < 1.$$

Если взять $K_{\text{в}} \ll 1$, то

$$\Phi_{\text{в}}(j\omega) \approx K_{\text{в}}(1 + R_1 C_1 j\omega).$$

При выборе элементов форсирующей цепочки необходимо учесть условие согласования (59), в соответст-

вии с которым должно удовлетворяться равенство

$$R_2 C_1 = \sqrt{LC_2}. \quad (64)$$

Дисперсия флуктуаций на выходе фильтра при выполнении равенства (64) приближенно равна:

$$\sigma_3^2 \approx \frac{G(0)K_B^2}{2RC} \approx \frac{G(0)R_2^2}{2R_1^2 R_3 C}.$$

Параметры α и ω_0 будут определяться равенствами (63).

При использовании пассивных фильтров не следует забывать о входном сопротивлении нагрузки фильтра.

Нагрузка может коренным образом исказить параметры получаемых флуктуаций.

При выборе схем фильтров и определении их параметров было сделано допущение о том, что спектр сигнала на входе фильтров равномерен в пределах полосы. Спектр реального сигнала обладает некоторой неравномерностью. Поэтому полученный случайный сигнал будет иметь функцию корреляции, несколько отличающуюся от заданной. В качестве исходного сигнала, подаваемого

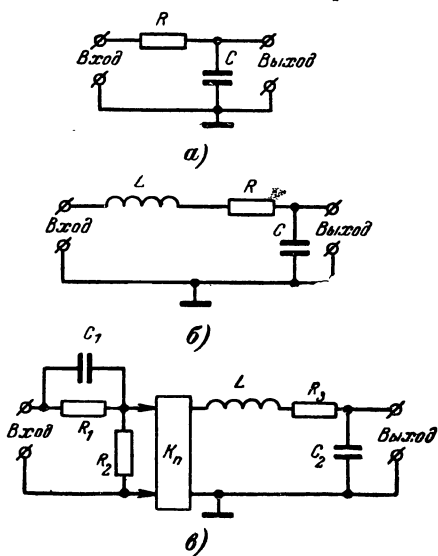


Рис. 34. Схемы пассивных фильтров.

на вход формирующего фильтра, можно было бы использовать сигнал с весьма широким спектром и тем самым свести указанную методическую ошибку до сколь угодно малой величины. Но при фиксированной мощности сигнала на входе фильтра расширение его спектра неизбежно ведет к уменьшению мощности на выходе формирующего фильтра, которая может оказаться соизмеримой с мощностью собственных шумов УПТ.

В любом случае необходимо оценить методическую погрешность, связанную с идеализацией входного сигнала. В качестве меры методической ошибки удобно принять отношение:

$$\Delta r(\tau) = \frac{R(\tau) - R_{\kappa}(\tau)}{R_{\kappa}(\tau)}, \quad (65)$$

где $R(\tau)$ — корреляционная функция при идеализации входного сигнала;

$R_{\kappa}(\tau)$ — корреляционная функция полученного сигнала.

Найдем методические погрешности для случая, когда в качестве входного используется случайный телеграфный сигнал со спектральной плотностью (19). При использовании фильтра, приведенного на рис. 33, корреляционная функция сигнала на его выходе может быть найдена из выражения

$$R_{\kappa 1}(\tau) = 2 \int_0^{\infty} \frac{2h^2 n_0}{\omega^2 + 4n_0} \frac{K_1^2}{|T_{\Phi} j\omega + 1|^2} \cos \omega \tau d\omega.$$

Опустив вычисления, связанные с применением теории вычетов, запишем конечный результат:

$$R_{\kappa 1}(\tau) = h^2 K_1^2 \frac{e^{-2n_0 \tau} - 2n_0 T_{\Phi} e^{-\frac{\tau}{T_{\Phi}}}}{1 - 4n_0^2 T_{\Phi}^2}. \quad (66)$$

При идеализации входного сигнала функция корреляции имеет вид

$$R(\tau) = \frac{h^2 \alpha K_1^2}{2n_0} e^{-\frac{|\tau|}{T_{\Phi}}}. \quad (67)$$

Подставив в (65) выражения (66) и (67), получим:

$$\Delta r_1(\tau) = \rho_1 \frac{\rho_1 e^{-\alpha|\tau|} - e^{-2n_0|\tau|}}{\rho_1 e^{-2n_0|\tau|} - e^{-\alpha|\tau|}}, \quad (68)$$

где

$$\rho_1 = \frac{1}{2n_0 T_{\Phi}}; \quad \alpha = \frac{1}{T_{\Phi}}. \quad (69)$$

На рис. 35 приведены зависимости, рассчитанные по формуле (68) для $n_0 = 400 \text{ сек}^{-1}$ и двух значений α . От-

сюда следует, что $\Delta r_1(\tau)$ является быстро спадающей функцией τ . Такой же характер зависимости имеют методические погрешности и для корреляционных функций (45) и (46). Выражения при этом получаются весь-

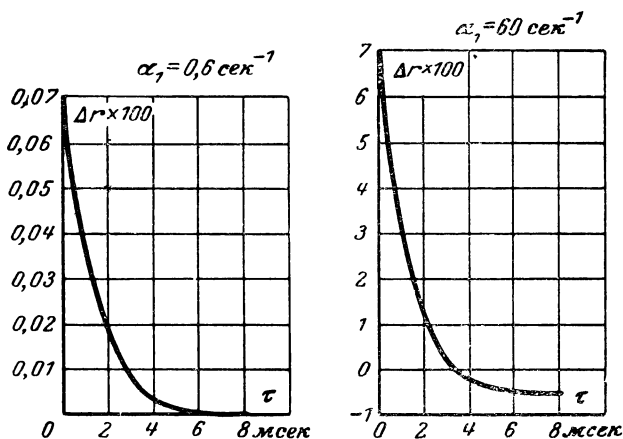


Рис. 35. Графики методической погрешности генерируемых сигналов.

ма громоздкими. В связи с этим можно на практике ограничиться расчетом ошибки в точке $\tau=0$, т. е. ошибки дисперсии процесса.

Для рассмотренных фильтров относительные ошибки равны:

$$\Delta r_1(0) = \frac{1}{2n_0 T_\Phi}; \quad (70)$$

$$\Delta r_2(0) = \frac{\omega_0^2 + \alpha_1^2}{4n_0 + 4n_0 \alpha_1}; \quad (71)$$

$$\Delta r_3(0) = \frac{2n_0 \alpha_1 + \omega_0^2 + \alpha_1^2}{2n_0 (2n_0 + \alpha_1)}. \quad (72)$$

В табл. 2 приведены значения $\Delta r_2(0)$ и $\Delta r_3(0)$ при некоторых значениях α_1 и ω_0 , рассчитанные для $n_0 = 400 \text{ сек}^{-1}$.

Проведенный анализ показывает, что для получения флуктуаций с ошибкой в величине генерируемого напряжения

$$\Delta \varepsilon = \sqrt{\Delta r(0)}, \quad (73)$$

не превышающий 5%, спектр на входе фильтра должен быть в 30—100 раз шире его полосы пропускания.

Т а б л и ц а 2

$\alpha_1; \omega_0$	$\alpha_1 = 0,3 \text{ сек}^{-1}$		$\alpha_1 = 30 \text{ сек}^{-1}$	
	$\omega_0 = 0,6 \text{ сек}^{-1}$	$\omega_0 = 70 \text{ сек}^{-1}$	$\omega_0 = 0,6 \text{ сек}^{-1}$	$\omega_0 = 70 \text{ сек}^{-1}$
$\Delta r_2 (0)$	$5 \cdot 10^{-7}$	$7,7 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$0,3 \cdot 10^{-2}$
$\Delta r_3 (0)$	$3,7 \cdot 10^{-4}$	$8 \cdot 10^{-3}$	$3,45 \cdot 10^{-2}$	$4,45 \cdot 10^{-2}$

11. ИМИТАЦИЯ СИГНАЛОВ ДОППЛЕРОВСКИХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Автономные навигационные системы, основанные на использовании эффекта Допплера, широко применяются на практике. Работа этих систем основана на измерении доплеровского смещения частоты сигнала, отраженного от земной поверхности. В качестве полезного входного воздействия в доплеровских системах используется случайный сигнал, представляющий узкополосный шум со средней частотой:

$$f_{до} = \frac{2V}{\lambda_0} \cos \eta_0, \quad (74)$$

где V — модуль путевой скорости самолета;

λ_0 — длина рабочей волны станции;

η_0 — угол между вектором путевой скорости и осью диаграммы направленности антенной системы станции, несущей информацию о скорости.

Ширина диаграммы направленности $\Delta\eta$ приемопередающей антенны имеет конечную величину, а условия отражения непрерывно меняются. Поэтому при излучении монохроматических колебаний принимаются шумы, ширина спектра которых:

$$\Delta f_d = \Delta\eta \frac{\sqrt{2}V}{\lambda_0} \sin \eta_0. \quad (74a)$$

Мощность принимаемого сигнала не зависит от скорости летательного аппарата, а определяется параметрами станции и свойствами отражающей поверхности.

Узкополосный характер шума объясняется малой величиной отношения

$$\frac{\Delta f_{\pi}}{f_{\pi 0}} = 0,1 \div 0,2.$$

Форма спектра определяется формой диаграммы направленности антенной системы станции и достаточно хорошо аппроксимируется выражением (4).

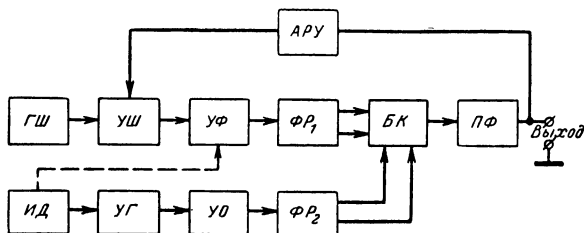


Рис. 36. Блок-схема имитатора доплеровского сигнала с управляемым гетеродином.

Существуют два метода получения случайного сигнала такого типа. Первый состоит в создании перестраиваемого по частоте избирательного усилителя, на вход которого подается широкополосный случайный сигнал с равномерным во всем диапазоне перестройки спектром. По второму методу диапазонные генераторы реализуются путем переноса спектра узкополосного шума с фиксированной средней частотой методом преобразования частот.

Блок-схема имитатора с управляемым по частоте гетеродином представлена на рис. 36. Шумы генератора $ГШ$ усиливаются в регулируемом, сравнительно широкополосном усилителе $УШ$, затем проходят через узкополосный усилитель — формирователь спектра $УФ$, расщепляются в фазорасщепителе $ФР_1$ на две противофазные составляющие и поступают на вход балансного коммутатора. Использовать балансный коммутатор в качестве преобразователя частоты целесообразно по той причине, что при этом число образующихся комбинационных составляющих оказывается меньшим, чем при других типах преобразователей. После сместителя сигнал поступает на полосовой фильтр $ПФ$, полоса которого выбирается так, чтобы пропускать доплеровские частоты

ты во всем диапазоне их изменений. Имитатор движения ИД вырабатывает напряжение, меняющееся по закону изменения скорости. Стабилизация мощности генерируемых флуктуаций обеспечивается системой автоматической регулировки усиления (АРУ). Для уменьшения

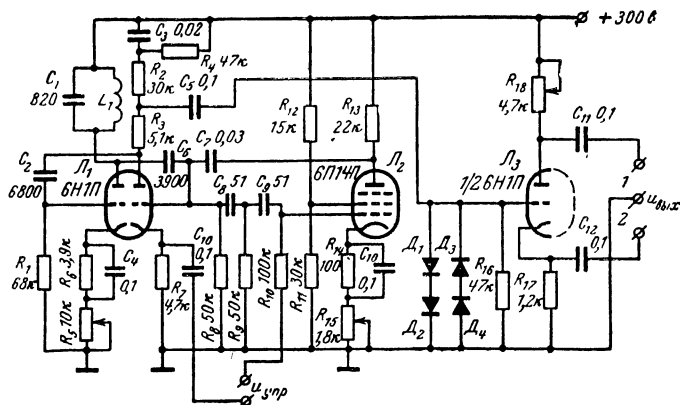


Рис. 37. Принципиальная схема широкодиапазонного гетеродина.

динамического диапазона работы АРУ желательно стабилизировать амплитуду колебаний управляемого гетеродина УГ. С этой целью используется усилитель-ограничитель УО, в котором колебания гетеродина преобразуются в прямоугольные импульсы. Далее эти колебания проходят через фазорасщепитель ФР₂ и поступают на балансный коммутатор БК. Для облегчения условий работы выходного фильтра целесообразно использовать гетеродин с верхней настройкой.

Наиболее сложно при реализации имитатора создать широкодиапазонный гетеродин с линейной модуляционной характеристикой и фильтр с изменяющейся полосой. Схема генератора, позволяющего получать колебания с линейной характеристикой $f_{\text{гет}} = \psi(u_{\text{упр}})$, в пределах 60—90 кГц, приведена на рис. 37.

На лампе \mathcal{L}_1 собран генератор, а на лампе \mathcal{L}_2 — реактивная лампа. Широкий диапазон перестройки обеспечивается применением в каскаде управления лампы с большой крутизной и двухзвенной фазосдвигающей цепи C_8, C_9, C_8, R_9 . Диапазон перестройки гетеродина регулируется сопротивлением R_{15} в цепи ка-

тода реактивной лампы, вследствие чего меняется коэффициент отрицательной обратной связи. Условия самовозбуждения генератора и частично диапазон его перестройки, определяются резистором R_5 . В качестве двустороннего ограничителя используются стабилитроны Д813. Фазорасщепитель собран на лампе \mathcal{L}_3 .

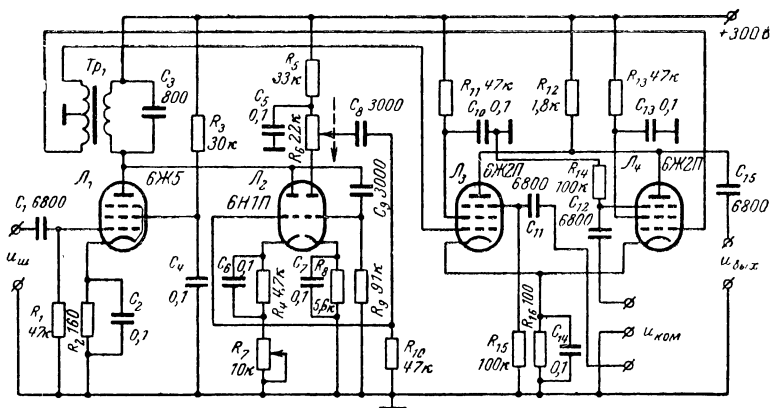


Рис. 38. Принципиальная схема узкополосного усилителя и балансного фазового детектора.

Схема имитатора должна обеспечивать возможность регулировки ширины спектра генерируемых флуктуаций в широких пределах. Наиболее просто это достигается использованием избирательных усилителей, охваченных положительной обратной связью (рис. 38). Широкополосные шумы поступают на вход резонансного усилителя (\mathcal{L}_1). Колебания с анода \mathcal{L}_1 через двухкаскадный усилитель (лампа \mathcal{L}_2) вновь подаются в контур Tr_1C_3 , чем достигается увеличение избирательности усилителя. Нагрузкой второго каскада усилителя является тот же избирательный контур, поэтому положительная связь оказывается избирательной. Регулировка полосы пропускания усилителя осуществляется изменением коэффициента положительной обратной связи, например регулировкой коэффициента усиления первого каскада усилителя обратной связи. Для этого можно использовать лампу с переменной крутизной или перемещать по закону изменения скорости летательного аппарата движок потенциометра R_6 .

Для регулировки коэффициента усиления каскада наиболее просто использовать блок переменных коэффициентов от моделей постоянного тока. Выбор диапазона изменений полосы фильтра осуществляется регулировкой коэффициента отрицательной обратной связи (резистор R_7 в катode левой половины лампы L_2). Усилитель обеспечивает устойчивое усиление при относительной полосе пропускания $\Delta f/f_0$ в пределах 0,001—0,2 для $f_0=30$ кГц, что полностью удовлетворяет требованиям имитации сигналов различных типов доплеровских систем. Балансный коммутатор собран на лампах L_3 и L_4 6Ж2П, коммутируемых по третьей сетке. В качестве полосового фильтра, включаемого на выходе балансного коммутатора, целесообразно использовать расстроенные LC-контуры.

Описанная схема позволяет имитировать узкополосные флуктуации, средняя частота которых изменяется в пределах от 20 до 60 кГц при хорошей линейности модуляционной характеристики.

Для имитации сигнала с учетом изменений ширины его спектра, можно рекомендовать схему, аналогичную рассмотренной выше схеме гетеродина. Если увеличением коэффициента отрицательной обратной связи сорвать в нем колебания, то схема будет работать как избирательный усилитель, резонансная частота которого зависит от управляющего напряжения $u_{упр}$, поданного на сетку реактивной лампы. Одновременно и синхронно с изменением настройки фильтра будет меняться и его полоса пропускания. Ввести в контур шумы можно путем использования слабой индуктивной или емкостной связи его контура с источником шумов. Практически описанная схема позволяет удовлетворить уравнениям (73) и (75) в диапазоне перестройки Δf_0 , не превышающем $\pm 7,5$ кГц при средней частоте, равной 70 кГц. В том случае, когда нет необходимости изменять полосу флуктуаций, целесообразно применить схему с перестраиваемым гетеродином.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

СТАБИЛИЗАЦИЯ И ИЗМЕРЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ

12. ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ

При измерении параметров случайных сигналов ошибки измерений зависят не только от погрешностей прибора, но и от времени, в течение которого проводятся измерения. Измерение любого параметра случайного сигнала связано с операцией усреднения по времени или по ансамблю. Иногда усреднение ведется и по времени, и по ансамблю. Правильный выбор времени усреднения, связанный с выбором типа самого измерителя, является важнейшей задачей измерения параметров случайных сигналов.

В инженерной практике возникает необходимость измерять различные характеристики случайных сигналов, однако наиболее часто встречающимися являются: одномерная плотность вероятностей мгновенных значений и ее параметры (математическое ожидание, дисперсия и моменты более высоких порядков); функция корреляции или спектральная плотность; средняя частота следования случайных по моментам появления импульсов или закон распределения интервалов между импульсами. Все эти, а также любые другие характеристики случайных сигналов, определенные в процессе эксперимента, являются случайными величинами, дающими большую или меньшую степень приближения к истинным их значениям. Поэтому принято говорить не о значении измеряемого параметра, а лишь о его *оценке*. Оценка параметра равна его значению только при бесконечно большом времени усреднения или бесконечно большом числе

используемых отсчетов случайной величины. Реально время любого измерения конечно и для получения достаточно точной оценки параметра оно должно во много раз превосходить время корреляции измеряемого процесса. Если процесс нестационарен, то усреднение по времени или вообще недопустимо или допустимо на ограниченном интервале времени Δt , на котором можно считать измеряемый параметр меняющимся по линейному закону.

В качестве меры точности измерений принимают относительную дисперсию отклонения оценки от истинного значения параметра:

$$\sigma_0^2 = \frac{[g^* - M(g^*)]^2}{[M(g^*)]^2}, \quad (75)$$

где g^* — значение оценки параметра;
 $M(g^*)$ — математическое ожидание g^* , которое соответствует истинному значению измеряемого параметра.

Числитель формулы (75) является дисперсией полученных результатов измерения. Точность измерений зависит не только от времени усреднения, но и от типа усредняющего устройства, его частотной характеристики.

Задачи измерений параметров случайных сигналов очень близки к задаче стабилизации этих параметров, так как стабилизировать параметр можно, только непрерывно контролируя его с помощью того или иного устройства. В принципе стабилизировать можно любой параметр случайного сигнала. Наиболее часто возникает задача стабилизации интенсивности флуктуаций (дисперсии) и среднего числа хаотических по моментам появления импульсов (ХИП).

13. СПОСОБЫ СТАБИЛИЗАЦИИ МОЩНОСТИ ФЛУКТУАЦИИ

Необходимость в стабилизации мощности флуктуаций связана прежде всего с нестабильностью параметров первичных источников шума, их зависимостью от величины питающих напряжений.

Способы стабилизации мощности шумов основаны на глубоком двустороннем ограничении шумов в ограничителе или использовании систем автоматической регуляции усиления.

Первый способ состоит в ограничении флуктуаций перед поступлением их на формирующий фильтр. Чем меньше относительный уровень ограничения $a_0 = a_0/\sigma$, тем меньше дисперсия флуктуаций на выходе ограничителя зависит от их дисперсии на его входе $\sigma_{\text{вх}}^2$ (рис. 39). В самом деле, если между дисперсиями на входе и выходе ограничителя нарушается прямая пропорциональности, т. е. величина

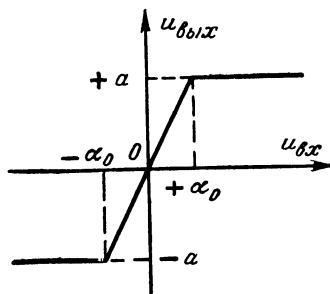


Рис. 39. Характеристика ограничителя.

$$\gamma_{\sigma} = \frac{\partial \sigma_{\text{вых}}^2}{\partial \sigma_{\text{вх}}^2} = \psi_0(a_0) \quad (76)$$

с уменьшением a_0 будет убывать, то схема ограничителя будет выполнять роль стабилизатора дисперсии. Но сама по себе стабилизация дисперсии малоинтересна, так как после ограничителя в генераторах, как правило, устанавливается фильтр нижних частот, нормализующий шум. Поэтому в качестве количественной меры стабилизирующих свойств ограничителя целесообразно наряду с величиной γ_{σ} принять производную:

$$\frac{\partial G_{\text{вых}}(0)}{\partial \sigma_{\text{вх}}^2} = \psi_{01}(a_0). \quad (77)$$

Так как без ограничителя

$$G_{\text{вых}}(0) = k\sigma_{\text{вх}}^2,$$

где k — коэффициент пропорциональности, то

$$\frac{\partial G_{\text{вых}}(0)}{\partial \sigma_{\text{вх}}^2} = 2k.$$

Стабилизирующие свойства ограничителя проявятся, если будет удовлетворяться условие

$$\frac{\partial G_{\text{вых}}(0)}{\partial \sigma_{\text{вх}}^2} \leq 2k.$$

Если на вход ограничителя поступают нормальные флуктуации с корреляционной функцией $R(\tau)$, то кор-

реляционная функция напряжения на выходе ограничителя будет определяться формулой [Л. 3]

$$R_0(\tau) = \sigma_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n r^n(\tau_0) \quad (78)$$

где $a_n = [F^{(n-1)}(a_0) - F^{(n-1)}(-a_0)] \frac{2(S\sigma)^2}{\sigma_0^2 n!}$; $S = \frac{a}{a_0}$;

$F^{(n-1)}(a_0)$ — n -ая производная нормального интегрального закона распределения;

$\sigma_0^2 = S^2 \sigma^2 [a_0^2 + (1 - a_0^2) F(a_0) - 2a_0 F^{(-1)}(a_0)]$ — дисперсия флуктуаций на выходе ограничителя.

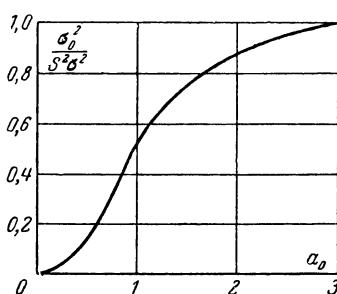


Рис. 40. Зависимость относительной дисперсии от относительного уровня ограничения.

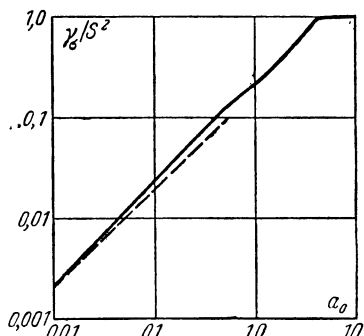


Рис. 41. Характеристика стабилизирующих свойств ограничителя.

Кривая $\sigma_0^2 / S^2 \sigma^2$ — приведена на рис. 40. Нетрудно показать, что

$$\gamma_\sigma = \frac{\partial \sigma_0^2}{\partial \sigma_{\text{вх}}^2} = S^2 \left[F(a_0) + \left(\frac{a_0^2}{2} - \frac{3a_0}{2} \right) F'(a_0) + a_0^2 F''(a_0) \right]. \quad (79)$$

Все входящие в формулу (79) функции табулированы. Но для инженерных расчетов при $a_0 \leq 0,5$ формулу (79) можно существенно упростить. Производя замены $F(a_0) \approx 0,8a_0$; $F'(a_0) \approx 0,4$; $F''(a_0) \approx 0,4a_0$, получим:

$$\frac{\gamma_\sigma}{S^2} \approx 0,2a_0 - 0,4a_0^3. \quad (80)$$

На рис. 41 приведены зависимости $\frac{\gamma_\sigma}{S^2} = \psi(a_0)$, по точной (сплошная линия) и приближенной формулам.

Отсюда следует, что симметричный двусторонний ограничитель при глубоком ограничении ($a_0 \leq 0,2$) обладает хорошими стабилизирующими свойствами по отношению к мощности флуктуаций. Нетрудно убедиться, что примерно в той же степени, что и дисперсия, стабилизируется спектральная плотность у нулевых частот.

Спектральная плотность у нуля в соответствии с (5) определяется формулой

$$G(0) = 2 \int_0^{\infty} R(\tau) d\tau, \quad (81)$$

следовательно,

$$G_{\text{вых}}(0) = 2\sigma_0^2 \int_0^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_n r^n(\tau) d\tau = 2\sigma_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n \int_0^{\infty} r^n(\tau) d\tau. \quad (82)$$

Рассмотрим частный случай. Пусть флуктуации на входе ограничителя имеют спектральную плотность

$$G(\omega) = \frac{2\alpha}{\omega^2 + \alpha}$$

и корреляционную функцию

$$R(\tau) = e^{-\alpha|\tau|} = r(\tau). \quad (83)$$

Подставив (83) в (82) и проведя интегрирование, получим:

$$G_{\text{вых}}(0) = 2\sigma_0^2 \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{1}{n\alpha}.$$

Функция $a_n/n\alpha$ с ростом n очень быстро убывает, поэтому с ошибкой, не превышающей 5%, можно принять:

$$G_{\text{вых}}(0) \approx 2\sigma_0^2 a_1.$$

Коэффициент a_1 слабо зависит от уровня ограничения (при изменении a_0 от 0,1 до 1 он меняется от 0,646 до 0,901), поэтому можно считать, что нестабильность спектральной плотности у нуля частот определяется только нестабильностью дисперсии σ_0^2 . Этот результат непосредственно вытекает и из известного факта, что время корреляции процессов на входе и выходе ограничителя сравнительно мало отличается друг от друга,

Таким образом, использование двустороннего ограничителя в качестве устройства, стабилизирующего интенсивность флуктуаций, дает хорошие результаты. Однако следует иметь в виду, что нормализация процесса на выходе фильтра требует использования на его входе сравнительно широкополосных флуктуаций. Во всяком случае, ширина спектра на входе ограничителя должна

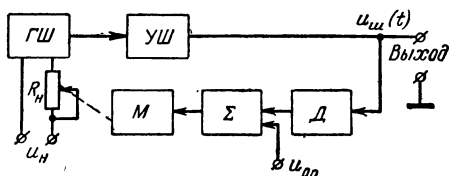


Рис. 42. Блок-схема устройства для непосредственной стабилизации уровня генерируемых шумов.

в 5—10 раз превосходить полосу формирующего фильтра. В качестве ограничителей целесообразно использовать полупроводниковые диоды — стабилитроны, так как при этом ограничение получается стабильным по порогу.

Второй способ стабилизации интенсивности флуктуаций состоит во включении в схему генератора системы автоматической регулировки усиления (АРУ). Хотя в схемном отношении системы стабилизации интенсивности шумов совпадают с обычными схемами АРУ, теория их достаточно сложна. Рассмотрим некоторые схемы АРУ по шумам (ШАРУ). Регулировка усиления возможна только в том случае, если в цепи усиления используются лампы с переменной крутизной, поэтому система ШАРУ искажает распределения амплитуд усиленного сигнала. Для получения нормальных флуктуаций требуется их нормализовать путем дополнительной фильтрации. Указанное обстоятельство привело к появлению схем регулировки интенсивности флуктуаций, получаемых непосредственно от первичного источника. Осуществить такую регулировку можно различными путями. Так, при использовании в качестве первичного источника вакуумного насыщенного диода регулируется напряжение накала диода. Флуктуации с выхода усилителя УШ (рис. 42) поступают на амплитудный детектор

\mathcal{D} , сравниваются с опорным напряжением $u_{\text{оп}}$ и подаются на реверсивный двигатель M , регулирующий величину напряжения накала диода, а вместе с тем и интенсивность флуктуации. Величина $u_{\text{оп}}$ определяет уровень, у которого стабилизируется интенсивность флуктуаций. При использовании источников флуктуаций других типов можно регулировать другие источники питания (например, для тиратрона или фотоэлектронного умножителя — анодное напряжение).

Наиболее сложным при создании систем ШАРУ является выбор постоянной времени сглаживающего фильтра на выходе детектора. С одной стороны, полосу фильтра желательно выбирать как можно более узкой, так как проходящая на его выход флуктуационная составляющая модулирует по амплитуде стабилизируемые флуктуации и тем самым искажает их спектр. С другой стороны, полоса фильтра должна быть достаточно широкой, чтобы пропустить спектр флуктуаций нестабильности схемы. Так как последние имеют ширину порядка сотых долей герц, то такого же порядка должна быть и полоса фильтра. Хорошие результаты получаются при использовании в качестве сглаживающего устройства активных фильтров в виде схем с линейным разрядом конденсатора. Пример такой схемы приведен на рис. 43 [Л. 35]. Стабилизируемое напряжение шумов поступает на каскад с регулируемым напряжением смещения (лампа \mathcal{L}_1). После дополнительного усиления в двух каскадах (лампа \mathcal{L}_2) шумы подаются на амплитудный детектор (\mathcal{L}_4). Активный фильтр (схема с линейным разрядом конденсатора) собран на лампе \mathcal{L}_5 .

Наряду с возможностью получать практически неограниченные постоянные времени, активные фильтры обеспечивают весьма высокий коэффициент усиления петли ШАРУ, что важно с точки зрения обеспечения высокой стабильности интенсивности шума на выходе схемы. Точка, у которой стабилизируются флуктуации, определяется положением движка потенциометра R_{13} . Так как постоянная времени всей петли ШАРУ велика, то устанавливать требуемый уровень флуктуаций потенциометром R_{13} неудобно. Кроме того, при этом будут меняться стабилизирующие свойства схемы. Для увеличения стабильности работы схемы в цепи катода лампы \mathcal{L}_1 и экранной сетки \mathcal{L}_5 включены стабилитроны.

Задача стабилизации средней частоты ХИП аналогична задаче стабилизации интенсивности флуктуаций, так как число выбросов, превосходящих уровень срабатывания формирующего порогового устройства, пропор-

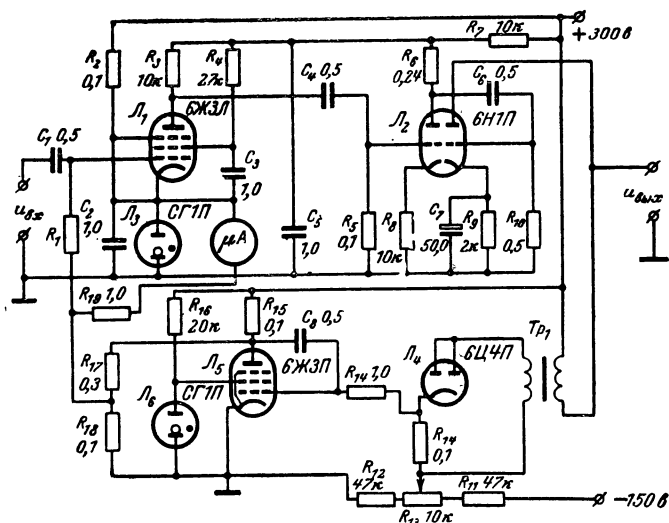


Рис. 43. Принципиальная схема регулятора уровня шумов.

ционально напряжению шумов. На детектор системы стабилизации могут подаваться шумы или импульсы (см. рис. 17). При стабилизации ХИП к сглаживающим фильтрам также предъявляются весьма жесткие требования, так как флуктуации, проходящие на выход фильтра, модулируют генерируемые импульсы по частоте, нарушая закон распределения интервалов между ними.

14. ИЗМЕРЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ И ДИСПЕРСИИ СЛУЧАЙНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Математическое ожидание случайного стационарного процесса выражается соотношением:

$$\overline{u(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} u(t) dt.$$

Определение $\overline{u(t)}$ сводится к достаточно длительному интегрированию процесса и умножению на $1/T$.

Очень часто вместо интегрирования применяют операцию усреднения с помощью фильтров нижних частот и, в частности, RC -цепочек. Полоса пропускания фильтра нижних частот должна быть достаточно узкой, чтобы измеряемая постоянная составляющая существенно превышала случайные составляющие, попадающие на выход фильтра. При использовании в качестве усредняющего устройства фильтра нижних частот дисперсия сигнала на его выходе σ_{Φ}^2 и будет определять методическую погрешность измерений. В качестве меры ошибки измерений в соответствии с (74) удобно принять величину

$$m_{0\Phi} = \frac{\sigma_{\Phi}}{u(t)}. \quad (84)$$

Величина σ_{Φ} по своему физическому смыслу является среднеквадратическим значением флуктуаций на выходе сглаживающего фильтра:

$$\sigma_{\Phi}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G(\omega) d\omega. \quad (85)$$

При решении задач статистической динамики на моделях постоянного тока возникает необходимость измерения математических ожиданий процессов, имеющих большое время корреляции. Использовать фильтры нижних частот для усреднения таких процессов практически невозможно, поэтому оценку математического ожидания получают путем интегрирования в течение некоторого времени $T_{\text{и}}$. Относительная дисперсия оценки математического ожидания определяется по формуле [Л. 3]

$$\sigma_{0\text{и}}^2 = \frac{2}{T_{\text{и}}} \int_0^{T_{\text{и}}} \left(1 - \frac{\tau}{T_{\text{и}}}\right) r(\tau) d\tau, \quad (86)$$

где $r(\tau)$ — коэффициент корреляции флуктуационной составляющей процесса.

Казалось бы, что при известной функции корреляции нет нужды производить измерение первых двух момен-

тов, которые полностью определяют его, а при неизвестной функции корреляции нельзя оценить точность измерений. Однако, как показывают расчеты, при времени измерений (интегрирования), значительно превосходящем время корреляции процесса, дисперсия оценки мало зависит от вида корреляционной функции флуктуаций и определяется только временем корреляции. Кроме того, спектральная плотность случайного напряжения на входе интегратора, как правило, полностью определяется передаточной функцией фильтра, с выхода которого поступают флуктуации на вход прибора. Другими словами, флуктуации на входе фильтра, как правило, могут отождествляться с белым шумом и коэффициент корреляции оказывается с достаточной для практики точностью определен. Если флуктуации имеют функцию корреляции вида (83), то, подставив (83) в (86), легко получить:

$$\sigma_{0и}^2 = \frac{2}{\alpha T_{и}} \left[1 - \frac{1}{\alpha T_{и}} (1 - e^{-\alpha T_{и}}) \right].$$

Так как практически всегда удовлетворяется условие $\alpha T_{и} \gg 1$, для оценки точности результатов измерения можно использовать приближенную формулу

$$\sigma_{0и}^2 \approx \frac{2}{\alpha T_{и}}. \quad (87)$$

Для получения достаточно точных результатов необходимо брать большое время интегрирования. Так, если приемлемым является значение $\sigma_{0и} = 0,1$, то $T_{и} \geq 2\alpha/0,01$ и при $\alpha = 1$ 1/сек $T_{и} \geq 200$ сек.

В процессе моделирования приходится сталкиваться с процессами, имеющими время корреляции, измеряемое десятками секунд. Поэтому целесообразно наряду с усреднением по времени применять усреднение по ансамблю. Дисперсия оценки убывает обратно пропорционально числу проведенных измерений.

Для измерения мощности случайного стационарного процесса в соответствии с формулой

$$\overline{u^2(t)} = \lim \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u^2(t) dt \quad (88)$$

необходимо осуществить две операции: возвести в квадрат исследуемое напряжение и проинтегрировать напряжение, поступающее с выхода квадратора.

Квадратичной характеристикой обладают все тепловые и термоэлектрические приборы, которые имеют достаточно большую постоянную времени (порядка единиц секунд) и поэтому одновременно с операцией возведения в квадрат осуществляют операцию усреднения. Если случайный процесс имеет отличное от нуля среднее значение, то его дисперсия может быть вычислена по формуле

$$\sigma^2 = \overline{u^2(t)} - \overline{u(t)}^2.$$

Перед измерением мощности случайного сигнала желательно исключить среднее значение и тем самым облегчить условия работы измерителя, полнее использовать его динамический диапазон.

Тем же дифференциальным уравнением, что и термоэлектрические приборы, описываются измерители мощности, основанные на использовании нелинейного устройства для возведения измеряемого напряжения в квадрат, с усреднением RC-фильтром. В связи с этим остановимся на теории термоэлектрического измерителя мощности [Л. 14]. В основе термоэлектрического метода измерения мощности сигналов, в том числе и случайных, лежит линейная зависимость между э. д. с. термопары \mathcal{E} и температурой спаия T_T :

$$\mathcal{E} = k_1 T_T, \quad (89)$$

где k_1 — постоянная, определяемая используемыми металлами.

Температура описывается дифференциальным уравнением

$$\Theta \frac{dT_T}{dt} + T_T = k_2 u^2(t), \quad (90)$$

где Θ — постоянная времени термопары.

Э. д. с. термопары наряду с постоянной составляющей, пропорциональной мощности измеряемого процесса $u^2(t)$, имеет флуктуационную составляющую, которая является методической ошибкой измерений. Найдем дисперсию этой ошибки в предположении, что каждое из фиксируемых показаний прибора принимается за истин-

ное, т. е. экспериментатор не осуществляет визуального усреднения показаний. Уравнение (90) с учетом (89) можно переписать для э. д. с. термопары \mathcal{E} :

$$\Theta \frac{d\mathcal{E}}{dt} + \mathcal{E} = k_3 u^2(t), \quad (91)$$

где $k_3 = k_1 k_2$.

Э. д. с. термопары прикладывается к магнитоэлектрическому прибору и вызывает отклонение его стрелки на угол $\varphi_{\text{н}} = k_4 \mathcal{E}$. Магнитоэлектрический прибор является инерционной системой, но с этим можно не считаться, так как его инерционность, как правило, значительно ниже инерционности термопары. Таким образом, задача отыскания дисперсии ошибки измерений сводится к отысканию дисперсии флуктуаций на выходе инерционного звена, характеризующего тепловую инерцию термопары.

Если на входе квадратора действуют флуктуации с корреляционной функцией $R_{\text{и}}(\tau)$, то функция корреляции напряжения на его выходе будет равна [Л. 3]:

$$R_{\mathcal{E}}(\tau) = k_3 \sigma_u^4 [1 + 2r_{\text{и}}^2(\tau)], \quad (92)$$

где $r_{\text{и}}(\tau)$ — коэффициент корреляции флуктуаций э. д. с. на входе термопары.

Найдем выражение для относительной ошибки измерений в предположении, что случайный процесс на входе термопары не содержит постоянной составляющей. Квадрат постоянной составляющей напряжения на выходе термопары можно определить, положив в выражении (92) $\tau = \infty$:

$$R_{\mathcal{E}}(\infty) = \overline{u(t)^2} = k_3 \sigma_u^4,$$

откуда величина

$$\overline{\mathcal{E}(t)} = \sqrt{k_3 \sigma_u^2}$$

есть полезная составляющая сигнала.

Известно, что уравнению (91) соответствует фильтр с частотной характеристикой

$$W_T(j\omega) = \frac{1}{\Theta j\omega + 1}.$$

Рассмотрим в качестве примера случай, когда флуктуации на входе термопары имеют корреляционную функ-

цию вида (83). Коэффициент корреляции этих флуктуаций на выходе терморпары:

$$r_{\mathcal{E}}(\tau) = e^{-2\alpha |\tau|},$$

а функция корреляции

$$R_{\mathcal{E}}(\tau) = 2k_3\sigma^4 e^{-2\alpha |\tau|}.$$

Воспользовавшись выражением (7), найдем выражение для спектральной плотности:

$$G(\omega) = \frac{8k_3\sigma^4\alpha}{\omega^2 + 4\alpha^2}. \quad (93)$$

Подставив (93) в (85) и проведя интегрирование, получим:

$$\sigma_{\mathcal{E}}^2 = \frac{k_3\sigma^4}{2\alpha\Theta + 1},$$

или

$$\sigma_{\mathcal{E}} = \frac{\sqrt{k_3}\sigma^2}{\sqrt{2\alpha\Theta + 1}}. \quad (94)$$

Относительная ошибка измерений в соответствии с (84) может быть записана в виде

$$\sigma_{0\Phi} = \frac{1}{\sqrt{2\alpha\Theta + 1}}.$$

График зависимости $\sigma_{0\Phi} = \psi(\alpha\Theta)$ приведен на рис. 44.

Конечно, экспериментатор имеет возможность визуально усреднять показания прибора. При этом точность усреднения тем выше, чем меньше флуктуации показаний прибора. Тем не менее, использование термоэлектрических приборов ограничивается достаточно высокочастотными флуктуациями. Так, например, даже при допустимой ошибке в 20% можно использовать терморпару до $\alpha\Theta = 1,0$. Для различных типов маломощных терморпар Θ лежит в пределах 1—5 сек. Приняв $\Theta =$

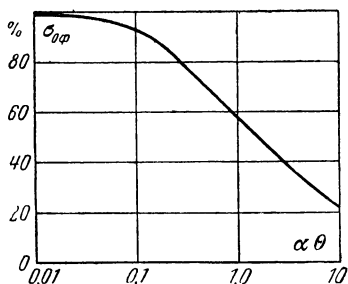


Рис. 44. Относительная погрешность термоэлектрического прибора.

$= 2 \text{ сек}$, получим $\alpha \geq 5 \text{ 1/сек}$, что соответствует шумам с эквивалентной полосой, равной или большей 10 гц . Следовательно, термоэлектрические приборы мало пригодны для непосредственного измерения дисперсии ин-

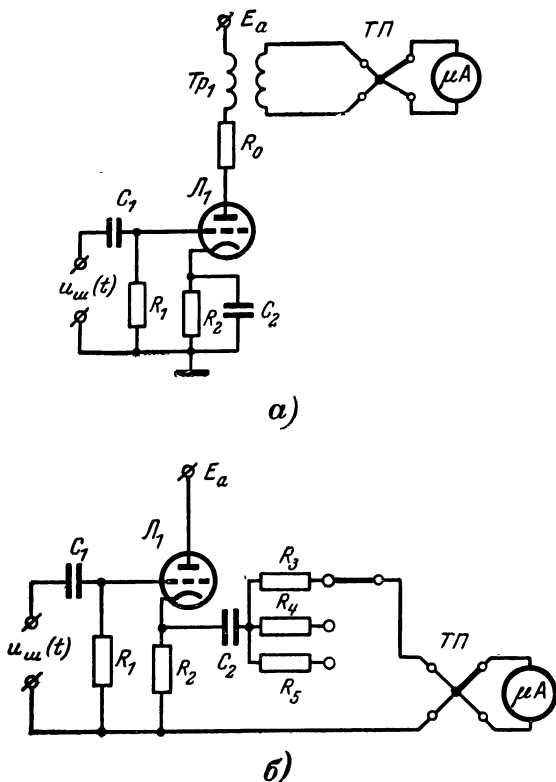


Рис. 45. Принципиальная схема включения термопары.

франизкочастотных флуктуаций. То же самое можно сказать и о любом другом типе прибора, в котором в качестве усредняющего устройства используется фильтр нижних частот.

Чаще всего термопары включаются по схемам рис. 45. Схема рис. 45,а используется при измерении дисперсии высокочастотных узкополосных шумов, в частности, на выходе УПЧ. При этом емкость связи C_1 должна быть малой, чтобы подключение измерителя мало

влияло на настройку усилителя промежуточной частоты. Схема, приведенная на рис. 45,б, применяется для измерения дисперсии низкочастотных шумов. Резисторы R_0 , R_3 , R_4 и R_5 , подбираемые экспериментально, выполняют роль ограничительных по току сопротивлений. Хотя они и снижают чувствительность схемы, их включение необходимо. Дело в том, что термопары весьма чувствительны к перегрузкам. В момент включения, а особенно в случае неожиданных выключений анодного напряжения, в прогретой схеме возникает скачок разрядного тока (в схеме рис. 45,б) и э. д. с. (в схеме рис. 45,а). Термопара при этом может перегореть.

В том случае, если плотность вероятностей и спектральная плотность флуктуаций в процессе эксперимента не меняются, а регулируемым параметром является только дисперсия флуктуаций, термопару целесообразно использовать только в процессе градуировки электронного вольтметра. Предварительно с помощью синусоидальных колебаний градуируется измерительный прибор, т. е. снимается градуированная кривая:

$$I_T = \psi_1(u_{эф}),$$

где I_T — показания микроамперметра;

$u_{эф}$ — эффективное напряжение подаваемого на вход прибора градуировочного синусоидального напряжения.

Затем электронный вольтметр градуируется по шумам, т. е. снимается зависимость его показаний

$$U_B = \psi_2(I_T) = \psi_3(\sigma)$$

от интенсивности шумов. В дальнейшем термопара отключается и установка требуемых значений σ производится по электронному вольтметру.

При исследовании статистической динамики той или иной системы на электронной модели возникает необходимость измерения математического ожидания и дисперсии инфранизкочастотных флуктуаций. Для измерения целесообразно использовать блоки самой модели, собранные по схеме рис. 46. Входной сигнал измерителя может быть представлен в виде

$$x_{вх}(t) = X_0(t) + x_{ф}(t),$$

где $\bar{X}_0(t)$ — полезная составляющая сигнала, в общем случае изменяющаяся во времени, отклонения от которой и рассматриваются в качестве подлежащих измерению флуктуаций $x_\Phi(t)$.

Для проведения измерений необходимо тем или иным способом скомпенсировать сигнал $X_0(t)$. Если он не

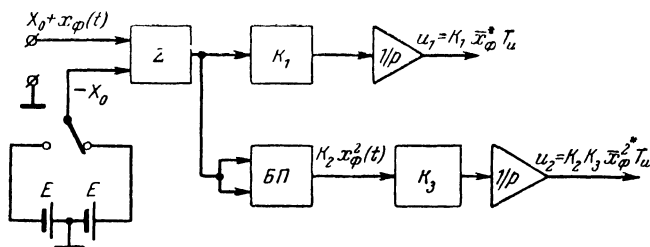


Рис. 46. Блок-схема измерения среднего значения и дисперсии инфранизкочастотных флуктуаций.

изменяется во времени, то компенсацию можно осуществить подключением внешнего источника постоянного напряжения. Иногда при моделировании сигнал $X_0(t)$ удается скомпенсировать за счет создания параллельного, не подверженного воздействию помех, канала. Тогда на вход прибора подается разность выходных сигналов опорной и изучаемой систем.

После компенсации полезного сигнала $X_0(t)$ измеряемые флуктуации поступают на вход делителя напряжения с коэффициентом передачи K_1 и далее на интегратор. В результате интегрирования сигнала в течение времени $T_{\text{и}}$ выходное напряжение интегратора достигнет величины:

$$u_1 = K_1 \bar{x}_\Phi^* T_{\text{и}},$$

откуда для оценки математического ожидания исследуемого процесса получим:

$$\bar{x}_\Phi^* = \frac{u_1}{K_1 T_{\text{и}}}. \quad (95)$$

Для определения среднеквадратического отклонения сигнал с выхода схемы компенсации подается на схему квадратора, в качестве которого может быть использован блок произведений. Возведенный с коэффициентом

том K_2 в квадрат, сигнал проходит через блок деления напряжения, имеющий коэффициент передачи K_3 . Средний квадрат измеряемого процесса:

$$\overline{x_{\Phi}^{*2}} = \frac{u_2}{K_2 K_3 T_{\text{и}}} \cdot \quad (95a)$$

Коэффициенты K_1 и K_3 должны выбираться так, чтобы за время интегрирования $T_{\text{и}}$ напряжений u_1 и u_2 оказались близкими к максимально допустимым для данного типа интегратора. В этом случае ошибки самого интегратора будут оказывать минимальное влияние на точность измерений.

При измерении слабых флуктуаций, когда эффективное напряжение на входе квадратора не превышает 2—3 в, целесообразно осуществить усиление измеряемого сигнала перед возведением его в квадрат, так как стандартные блоки произведений работают тем точнее, чем большее напряжение подается на их входы.

Рассмотренная выше схема может быть очень просто реализована на любой нелинейной модели постоянного тока.

15. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Определение дифференциального и интегрального законов распределения основаны на измерении относительного времени пребывания случайного напряжения в интервале значений от u_1 до $u_1 + \Delta u$. Для дифференциального закона $f_u(u_1)$ справедливо равенство

$$f_u(u) \Delta u = P[u_1 \leq u(t) \leq u_1 + \Delta u] \approx \frac{\sum_{i=0}^n \Delta t_i}{T}, \quad (96)$$

где Δt_i — i -й интервал времени, в течение которого процесс оказался заключенным в пределах от u_1 до $u_1 + \Delta u$.

На основании выражения (96) блок-схема дифференциального анализатора может быть представлена в виде, приведенном на рис. 47 (временные диаграммы на рис. 48).

Исследуемое напряжение после усиления (У) до величины, необходимой для нормальной работы дискриминаторов уровней D_1 и D_2 , преобразуется в последова-

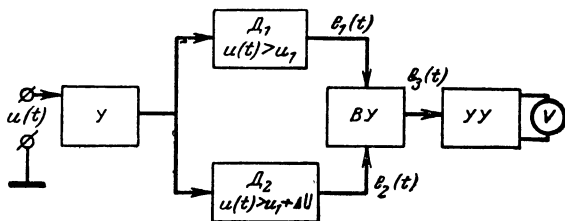


Рис. 47. Упрощенная блок-схема анализатора амплитуд.

тельность случайных по длительности прямоугольных импульсов $e_1(t)$ и $e_2(t)$.

В вычитающем устройстве (ВУ) образуется разность $e_3(t) = e_1(t) - e_2(t)$, которая усредняется (УУ) и поступает на вольтметр. Показания вольтметра, соответствующие всем уровням дискриминации, должны быть пронормированы в соответствии с формулой

$$f_i(\Delta u_i) = \frac{u_{vi}}{\sum_{i=1}^n u_{vi}}, \quad (97)$$

где u_{vi} — показания вольтметра, соответствующие i -му уровню дискриминации.

Искомый закон распределения $f_{ni}(u_i)$ вычерчивается в виде ступенчатой функции, абсциссы которой определяются как среднее арифметическое:

$$u_{i, i+1} = \frac{u_i + u_{i+1}}{2}.$$

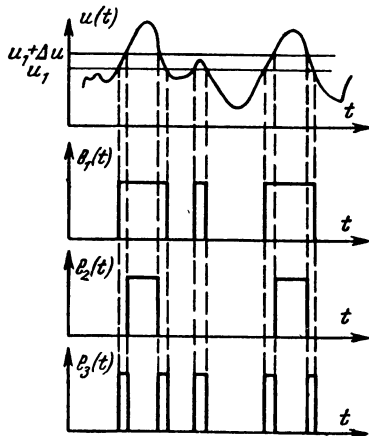


Рис. 48. Графики напряжений в схеме анализатора амплитуд.

В качестве дискриминатора уровней наиболее часто используются усилители-ограничители с регулируемыми порогами ограничения. Неплохие результаты получают при использовании триггера Шмитта (рис. 49). В исходном состоянии лампа Λ_1 закрыта за счет падения напряжения на резисторе R_7 , вызванного током открытой лампы Λ_2 . Порог срабатывания схемы определяется величиной постоянного напряжения, снимаемого с потен-

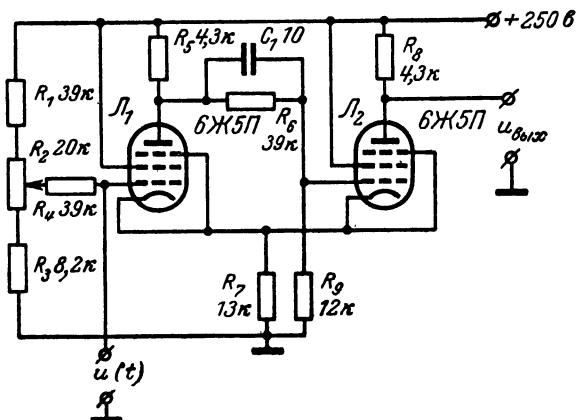


Рис. 49. Принципиальная схема триггера Шмитта.

циометра R_2 . В момент, когда напряжение на сетке лампы Λ_1 за счет действия сигнала $u(t)$ превысит потенциал открывания Λ_1 , схема опрокидывается, в результате чего лампа Λ_2 оказывается запертой, а Λ_1 — открытой.

Это состояние длится до тех пор, пока напряжение $u(t)$ больше заданного положением движка потенциометра R_2 уровня дискриминации. Правда, напряжение запираения несколько ниже напряжения открывания, что порождает определенную методическую погрешность. Для приведенной схемы время нарастания фронта импульса составляет 2—3 мксек, следовательно, она пригодна для анализа процессов с верхней частотой, не превосходящей нескольких сот килогерц.

Образующаяся на выходе вычитающего устройства ВУ последовательность импульсов является случайной

функцией времени, поэтому усредняющее устройство должно иметь постоянную времени

$$\tau_y \gg \frac{1}{z_{\text{ср}}}, \quad (98)$$

где $z_{\text{ср}}$ — среднее число случайных импульсов.

Величина $z_{\text{ср}}$ с увеличением уровня дискриминации падает, поэтому при анализе достаточно медленных процессов целесообразно их предварительно проквантовать по времени, т. е. преобразовать в модулированные по амплитуде импульсы. В качестве усредняющего и регистрирующего устройства в этом случае используются счетчики числа импульсов или измерители скорости счета.

Для ускорения анализа применяют многоканальные анализаторы, имеющие 50 и даже 150 каналов. Эти устройства в силу сложности используются только при проведении экспериментов, требующих высокой точности и скорости.

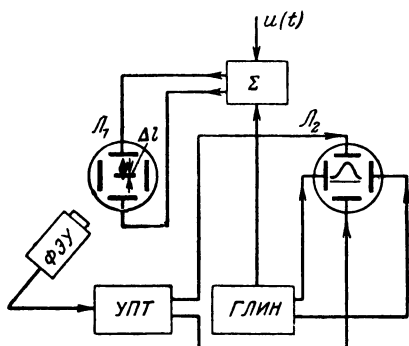


Рис. 50. Упрощенная схема осциллографического анализатора амплитуд.

Для получения одномерных плотностей вероятностей сравнительно высокочастотных сигналов часто прибегают к осциллографическому методу. Если на пластины вертикального отклонения трубки осциллографа (рис. 50) подать случайное напряжение $u(t)$, то относительное время пребывания луча в интервале Δl , взятом на некотором уровне его развертки по вертикали, будет характеризовать плотность вероятностей напряжения $u(t)$. При соответствующей регулировке интенсивности тока луча осциллографа можно сохранить пропорциональность между яркостью свечения экрана и временем пребывания его в интервале Δl .

С помощью фотоэлемента, фоторезистора или ФЭУ интенсивность светового потока преобразуют в пропор-

циональное ей напряжение, которое определяется выражением

$$U_{\Phi \Delta y} = k_c f_u(u) du, \quad (99)$$

где k_c — коэффициент пропорциональности.

Процесс измерения $f_u(u)$ легко автоматизируется. На пластины вертикального отклонения трубки L_1 первого осциллографа подается сумма исследуемого напряжения и напряжения горизонтальной развертки (ГЛИН) другого низкочастотного осциллографа. Щель размещается в центре затемненного экрана L_1 . Напряжение с выхода ФЭУ подается на усилитель постоянного тока УПТ и далее на вертикально отклоняющие пластины трубки второго осциллографа.

Для того чтобы кривая, наблюдаемая на экране второго осциллографа, соответствовала кривой плотности вероятностей исследуемого процесса, необходимо, чтобы время развертки луча во много раз превосходило время корреляции шумов. Хорошие результаты получаются при использовании осциллографа ЭНО-1.

Всем методам измерения интегрального или дифференциального законов распределения присуща методическая погрешность, причиной появления которой является отличие от бесконечности времени усреднения в регистрирующем устройстве и конечность интервала анализа Δu . При использовании для анализа способа квантования исследуемого процесса по времени возникает также вопрос о рациональном выборе частоты импульсов.

Формулы для дисперсий оценок статистических распределений амплитуд в соответствии с (75) получены только для некоторых частотных случаев [Л. 29].

16. КОРРЕЛОМЕТРЫ И СПЕКТРОАНАЛИЗАТОРЫ

Корреляционные функции в теории случайных процессов играют исключительно важную роль, поэтому вопросам, связанным с разработкой, испытанием и оценкой погрешностей коррелометров, посвящено большое количество работ. В литературе описано большое количество различных типов коррелометров.

По определению, корреляционная функция стационарного процесса $u(t)$ определяется выражением

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(t) u(t - \tau) dt. \quad (100)$$

Так как математическое ожидание процесса легко определяется, в том числе и вышерассмотренными методами, то в литературе обычно рассматривают корреляционную функцию центрированного случайного сигнала. Более того, чтобы облегчить работу коррелометра, как правило, в его схеме предусматривается не только устройство компенсации среднего значения, но и нормирования сигнала, т. е. приведения его к виду

$$\dot{u}(t) = \frac{u(t)}{\sigma}.$$

Следовательно, в коррелометрах, как правило, измеряется не функция корреляции, а нормированная функция корреляции.

Задача центрирования и нормирования случайной функции перед ее подачей в коррелометр выполняется различно для сигналов различного спектрального состава. Для узкополосных процессов она успешно решается с помощью усилителя с достаточно хорошей автоматической регулировкой усиления. Для низкочастотных сигналов нормирование и центрирование производятся путем предварительного измерения σ и $u(t)$ исследуемого процесса. Часто это делается с помощью того же коррелометра измерением значения функции корреляции в точках $\tau=0$ и $\tau=\infty$. Наиболее специфической и важной частью коррелометра является блок задержки сигнала на время τ .

Современная техника оперирует со случайными сигналами, весьма различными по спектральному составу. Время корреляции исследуемых процессов может иметь значения от долей микросекунды до нескольких часов. Поэтому создание универсальных коррелометров невозможно. Ограничение на время корреляции процесса, который может быть исследован данным типом коррелометра, в основном накладывается типом используемой цепи задержки. Для низкочастотных и инфранизкоча-

стотных процессов используется почти исключительно система магнитной записи. Чувствительность магнитной записи и особенно воспроизведения сильно зависит от частоты, поэтому непосредственная запись инфранизко-частотных процессов на магнитную ленту или магнитный барабан не применяется. Перед записью исследуемым напряжением модулируют поднесущие колебания. В качестве поднесущих используют преимущественно импульсные колебания.

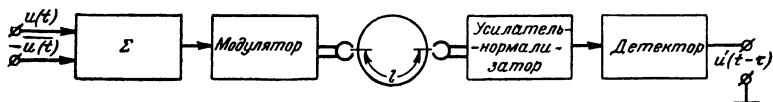


Рис. 51. Блок-схема временной задержки с магнитной записью.

На рис. 51 представлена упрощенная блок-схема системы задержки, используемой в одном из отечественных коррелометров [Л. 16]. После вычитания из исследуемого процесса напряжения, примерно равного его математическому ожиданию $\bar{u}(t)$, осуществляют частотную модуляцию импульсного генератора (мультивибратора). Модулированные колебания записываются на магнитную ленту и считываются через время

$$\tau_k = \frac{l}{V}$$

(l — длина петли магнитной ленты, V — скорость ее движения).

Затем колебания усиливаются, нормализуются с помощью заторможенного мультивибратора по длительности и амплитуде и детектируются частотным детектором. Полученные колебания сдвинуты относительно исходных на время τ_k .

Из рассмотренного примера видно, что центрирование и нормирование флуктуаций перед их исследованием позволяет облегчить требования к ширине апертуры линейной части модуляционной и дискриминационной характеристик.

Дискретный характер модуляции неизбежно приводит к искажению формы корреляционной функции, поэтому стремятся тем или иным способом уменьшить эти искажения. Наряду с тщательным выбором характеристик сглаживающих фильтров, включаемых на выходе

детектора, используют специальные законы формирования дискретных уровней процесса. Так, например, в серийном трехканальном коррелометре чехословацкого производства [Л. 17] дискретные уровни для осуществления широтно-импульсной модуляции выбираются в соответствии с законом:

$$u_i = \frac{1}{T_{\pi}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left\{ u(t) - \frac{T_{\pi}}{24} \frac{d^2}{dt^2} [u(t)] \right\} dt, \quad (101)$$

где T_{π} — период следования импульсов.

При этом, по мнению авторов, обеспечивается минимум искажений формы корреляционной функции.

При использовании в качестве цепи задержки системы магнитной записи и считывания особое внимание должно обращаться на стабильность скорости протяжки ленты. Флуктуации скорости искажают исходный процесс, а плавные изменения скорости приводят к искажению масштаба $R(\tau)$. При использовании лентопротяжных механизмов типовых студийных магнитофонов удовлетворительные результаты можно получить только при исследовании сигналов, спектры которых не простираются дальше 2 000—3 000 гц. В коррелометрах повышенной точности используются синхронные двигатели со стабилизированным кварцевым питанием.

Часто возникает задача статистической обработки сигналов, записанных на фотопленку с помощью шлейфового осциллографа. С целью автоматизации процесса обработки необходимо осуществить обратное преобразование записи в электрические сигналы. Оно осуществляется электронно-оптическими системами (рис. 52). С помощью зеркального многогранника 3, вращаемого синхронным двигателем 1 через редуктор 2, производится развертка луча света, получаемого от лампочки 5 и сфокусированного оптической системой 4 на фотопленке 6. Луч света далее отражается от зеркала, фокусируется и направляется на фотоэлектронный умножитель 8. При движущейся пленке происходит наклонно-продольная развертка луча. В момент попадания луча на пленку ток ФЭУ скачкообразно возрастает и остается неизменным до момента совпадения луча с линией записи процесса на пленке. Затем он скачкообразно па-

дает. Сигнал с выхода ФЭУ преобразуется в электронном блоке 9 в последовательность прямоугольных импульсов, модулированных по длительности в соответствии с записанным на кинолентке процессом (рис. 53).

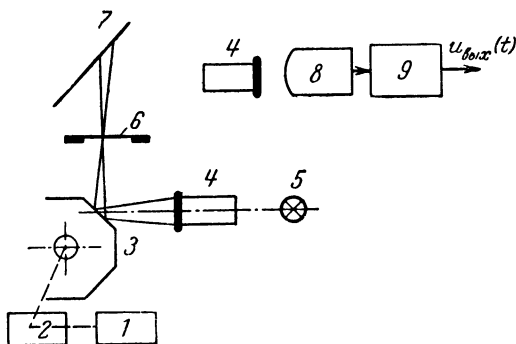


Рис. 52. Схема преобразования записи на фото-лентке в широтно-модулированные сигналы.

Для этого они усиливаются, дифференцируются и воздействуют на триггер.

Таким методом можно осуществить воспроизведение нескольких процессов, записанных на одной ленте. Для этого лента разбивается на продольные полосы и каждый процесс записывается только на своей полосе.

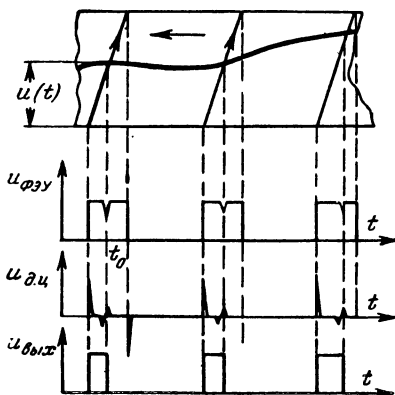


Рис. 53. Графики напряжений в схеме преобразователя.

После считывания записи производится временное разделение сигналов по каналам.

Часто по условиям эксперимента не требуется высокой точности измерения корреляционной функции. Это обусловило появление большого числа простых и надежных приборов для приближенного корреляционного анализа.

Определенное упрощение коррелометра достигается за счет замены

схемы умножения схемой возведения в квадрат. Такая замена осуществлена в так называемых компенсационных и интерференционных коррелометрах (рис. 54). Случайный стационарный сигнал $u(t)$ в ком-

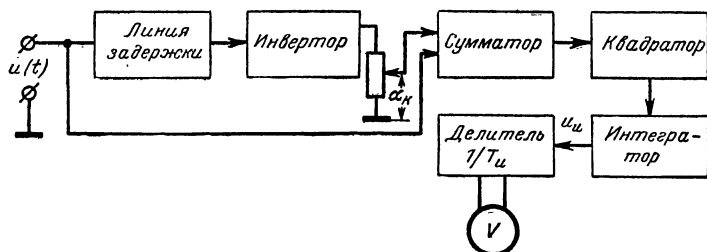


Рис. 54. Блок-схема компенсационного коррелометра.

пенсационном коррелометре поступает на линию задержки, затем инвертируется, проходит через делитель с коэффициентом α_k и суммируется с незадержанным сигналом. Далее сумма возводится в квадрат и интегрируется. Напряжение на выходе прибора

$$u_{\text{вых}}(T_{\text{н}}) = \frac{1}{T_{\text{н}}} \int_0^{T_{\text{н}}} [u(t) - \alpha_k u(t - \tau)]^2 dt$$

или

$$u_{\text{вых}}(T_{\text{н}}) = \frac{1}{T_{\text{н}}} \int_0^{T_{\text{н}}} u^2(t) dt - \\ - \frac{2\alpha_k}{T_{\text{н}}} \int_0^{T_{\text{н}}} u(t) u(t - \tau) dt + \frac{\alpha_k^2}{T_{\text{н}}} \int_0^{T_{\text{н}}} u^2(t - \tau) dt.$$

При $T_{\text{н}} \rightarrow \infty$

$$u_{\text{вых}}(\infty) = \sigma^2 - 2\alpha_k R(\tau) + \alpha_k^2 \sigma^2. \quad (102)$$

Взяв производную $\partial u_{\text{вых}} / \partial \alpha_k$ и приравняв ее нулю, найдем то положение делителя α_k , при котором $u_{\text{вых}}(\infty)$ равно нулю. При этом коэффициент деления напряжения

$$\alpha_k = \frac{R(\tau)}{\sigma^2} = r(\tau)$$

численно равен коэффициенту корреляции. Процесс установки α_h достаточно сложен, так как на выходе интегратора имеется флуктуационная составляющая сигнала.

Оценка точности метода затруднена в силу того, что делитель α_h устанавливается оператором. Использовать

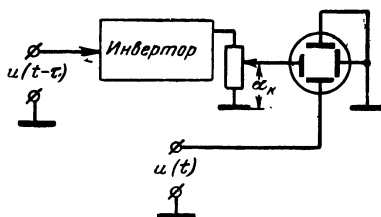


Рис. 55. Упрощенная схема компенсационного коррелометра с использованием осциллографической трубки.

в качестве усредняющего устройства в такого типа приборе интегратор практически невозможно, так как процесс установки необходимого значения α_h требует повторения циклов интегрирования для каждого его значения. В связи с этим прибор применим только для определения корреляционной функции сравнительно

высокочастотных флуктуаций.

Наличие минимума у функции (102) позволяет автоматизировать процесс регулировки α_h по методу экстремального регулирования (самонастройки). Для этого необходимо осуществить поисковые колебания α_h , а напряжение с выхода усредняющего устройства сравнить по фазе с поисковыми колебаниями и соответственно с полученным напряжением изменять среднее значение α_h .

Если количественных характеристик не требуется, а необходимо получить только форму корреляционной функции, прибор можно упростить (рис. 55). Схема измерения среднего квадрата разности флуктуаций заменена электроннолучевым индикатором, обрабатывающим диаграмму рассеяния сигналов $u(t)$ и $u(t-\tau)$. Настройка на минимум среднего квадрата разности в этом случае будет соответствовать минимуму площади диаграммы рассеяния.

Существо интерференционного метода состоит в сложении сигналов $u(t)$ и $au(t-\tau)$, возведении их в квадрат и интегрировании.

Выходной сигнал схемы по аналогии с (102) может быть записан в виде

$$u_n(\infty) = 2\sigma^2 + 2\sigma^2 r(\tau).$$

Смещая результат на $2\sigma^2$, после деления пополам получаем:

$$u_{\text{н}}(\infty) = R(\tau).$$

Несмотря на простоту, интерференционный метод не нашел широкого применения, так как методическая погрешность, связанная с конечностью времени интегрирования, по крайней мере в 4 раза выше, чем у метода, основанного на умножении флуктуаций.

Рассмотренные выше методы получения корреляционной функции позволяют получать ее в виде n дискретных точек $R(\tau_k)$, где $\tau_k = k\Delta\tau$ ($k=0, 1, 2, \dots, n$). Такой метод вполне пригоден для анализа систем и сигналов, но малоприменим для синтеза, так как изменение любого параметра сигнала или системы требует измерение корреляционной функции. А этот процесс, особенно при исследовании низкочастотных флуктуаций, весьма длительный. Непрерывного измерения функции корреляции и получения ее в виде периодической функции времени требуют многие схемы самонастраивающихся систем.

Наиболее простым по идее, но громоздким с точки зрения реализации является многоканальный метод непрерывного измерения корреляционной функции. Коррелометр имеет n каналов и позволяет получать одновременно значения функции корреляции для всех значений τ_k . Съём полученных значений функции корреляции осуществляется специальной схемой съема и интерполяции.

Принцип построения устройств съема корреляционной функции в многоканальных корреляторах с линейной интерполяцией результатов иллюстрируется схемой рис. 56 [Л. 16]. Все n выходов коррелометра последовательно, с помощью шагового искателя со сдвигом на один шаг подключаются к двухканальной схеме интерполятора.

Приращения напряжений

$$\Delta u_{k+1} = -(u_k - u_{k+1}),$$

где k — номер канала коррелометра, интегрируются и суммируются с инвертированным напряжением интеграторов коррелометра. Так как на входе оконечного сум-

мотор-инвертора (УПТ-4) эти напряжения имеют противоположные знаки, закон интерполяции можно записать в виде

$$u_{k+1} = u_k - \int_0^t \Delta u_{k+1} dt = u_k - \Delta u_{k+1} t.$$

Ключ K_L после каждого цикла интегрирования замыкается и сбрасывает накопленное на конденсаторе напряжение.

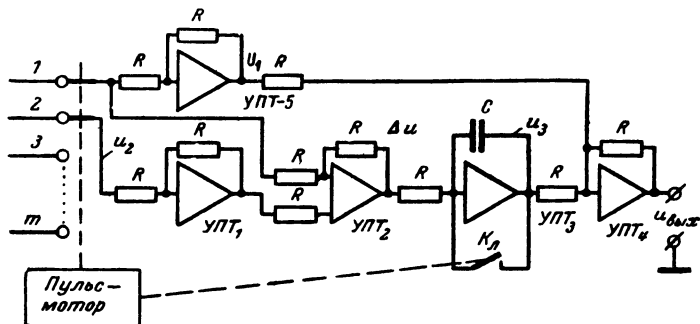


Рис. 56. Структурная схема линейного интерполятора.

Из приведенных диаграмм (рис. 57) видно, что выход схемы интерполятора должен замыкаться только после первого шага искателя.

Наряду с коррелометрами, использующими дискретные значения задержки τ_k , имеется возможность использования коррелометров с плавно изменяющейся задержкой, т. е.

$$\tau(t) = \tau_0 + \xi_k t,$$

где ξ_k — некоторый постоянный коэффициент.

Однако переменность задержки во времени приводит к появлению частотных искажений корреляционной функции. С целью устранения этих искажений можно осуществлять предварительную обработку сигнала с помощью корректирующих линейных фильтров. Теория коррелометров с плавно изменяющейся задержкой в настоящее время только разрабатывается.

Коррелометр может не иметь в своем составе цепей задержки в обычном понимании. Их роль выполняют

специальным образом подобранные фильтры. Принцип действия такого прибора основан на представлении функции корреляции в виде разложения в ряд по полиномам Лаггера $L_n(\alpha\tau)$, взятым с весом $\alpha e^{-\alpha\tau}$. Коррелятор [Л. 21] позволяет получать функцию корреляции как периодическую функцию времени и может быть реализован путем набора на модели постоянного тока.

Известно, что функция автокорреляции может быть представлена в виде ряда [Л. 11]:

$$R(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n L_n(\alpha\tau), \quad (103)$$

где коэффициенты

$$b_n = \int_0^{\infty} R(\tau) \alpha e^{-\alpha\tau} L_n(\alpha\tau) d\tau. \quad (104)$$

Заменив в (104) $R(\tau)$ из (100), получим:

$$b_n = \lim_{T_n} \frac{1}{T_n} \int_{t_0}^{t_0+T_n} u(t) y(t) dt, \quad (105)$$

где $u(t)$ — процесс на входе коррелометра;

$$y(t) = \int_0^{\infty} u(t-\tau) \alpha e^{-\alpha\tau} L_n(\alpha\tau) d\tau. \quad (106)$$

Первая часть задачи — получение коэффициентов b_n — может быть решена с помощью устройства, блок-схема которого приведена на рис. 58. Линейный фильтр, обеспечивающий получение сигнала $y(t)$, должен иметь весовую функцию:

$$h_{\Phi}(\tau) = \alpha e^{-\alpha\tau} L_n(\alpha\tau), \quad (107)$$

что соответствует передаточной функции

$$W_{\Phi}(p) = \frac{\alpha p^n}{(\alpha + p)^{n+1}}. \quad (108)$$

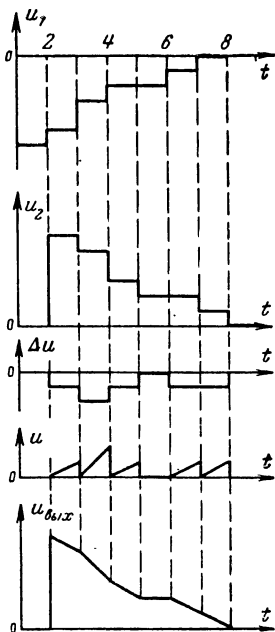


Рис. 57. Графики напряжений в схеме линейного интерполятора.

Такой фильтр может быть реализован многими методами, например показанными на рис. 59. Схема рис. 59,а соответствует набору фильтра на модели постоянного

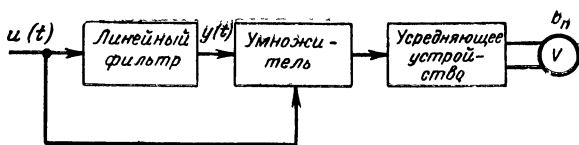


Рис. 58. Упрощенная блок-схема устройства для получения коэффициентов b_n .

тока. Если выбрать $K_1=K_3=\alpha$ и $K_2=1$, то его передаточная функция соответствует (108) при $\alpha=1$. При $\alpha \neq 1$ на выходе фильтра должен быть включен усилитель

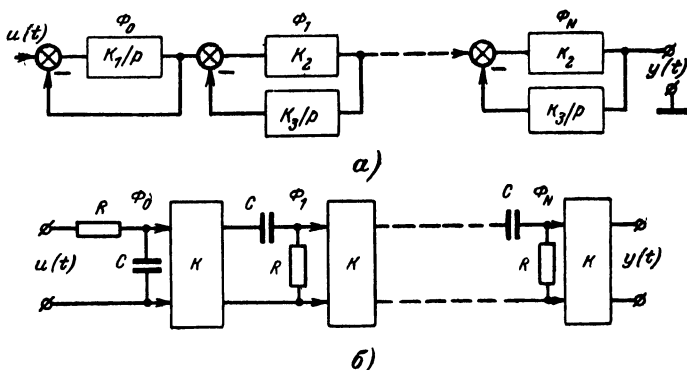


Рис. 59. Схемы активного (а) и пассивного (б) фильтров для получения коэффициентов b_n .

с соответствующим коэффициентом усиления. Схема рис. 59,б соответствует набору фильтра из пассивных элементов, разделенных безынерционным усилителем K для компенсации затухания, связанного с конечностью входных и выходных сопротивлений схемы. При этом $\alpha=1/RC$.

Можно ограничиться только измерением коэффициентов разложения b_n , используя для этого весьма простое устройство рис. 60. Саму же корреляционную функцию

вычисляют по формуле (103) с использованием табулированных значений $L_n(\alpha\tau)$. Из выражения (107) найдем:

$$L_n(\alpha\tau) = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha\tau} h_\Phi(\tau). \quad (109)$$

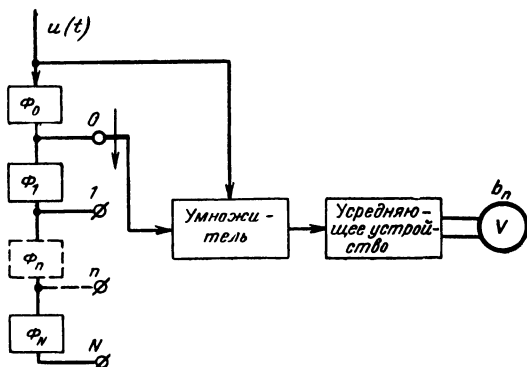


Рис. 60. Блок-схема устройства для измерения коэффициентов b_n .

Для получения корреляционной функции автоматическим путем необходимо осуществить операцию умножения b_n на напряжение, изменяющееся по закону:

$$\left. \begin{aligned} u_\Phi(t) &= \frac{1}{\alpha} e^{\alpha t} h_\Phi(t) \quad \text{при } t \geq 0; \\ u_\Phi(t) &= 0 \quad \text{при } t < 0. \end{aligned} \right\} \quad (109a)$$

Таким образом, генератор функций Лаггера можно представить в виде уже известного фильтра (108), звена с весовой функцией

$$h_1(\tau) = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha\tau} \quad (110)$$

и умножителя. Фильтр с весовой функцией (110) можно реализовать только приближенно. Разлагая в ряд (110), получим:

$$h_1(\tau) \approx \frac{1}{\alpha} \left(1 + \alpha\tau + \frac{\alpha^2\tau^2}{2} + \dots + \frac{(\alpha\tau)^n}{n!} \right),$$

что соответствует последовательному соединению интеграторов. Реализовать такое соединение для $n > 3$

уже невозможно из-за дрейфа нулей интеграторов, по этому для генерирования (110) целесообразно использовать блоки переменных коэффициентов.

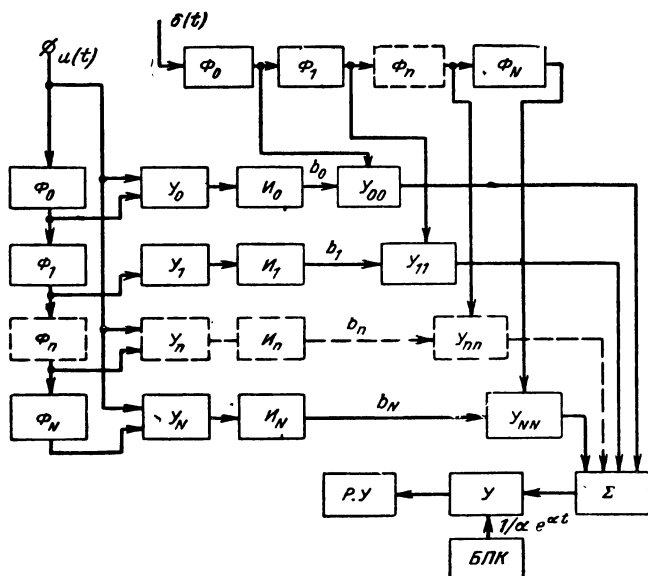


Рис. 61. Блок-схема коррелометра, основанного на разложении функции в ряд по полиномам Лагерра.

Блок-схема коррелометра, построенного по рассмотренному принципу, приведена на рис. 61. Коэффициенты b_n , полученные рассмотренным методом, умножаясь на напряжения, поступающие с выходов соответствующих фильтров, возбуждаемых единичным импульсом $\delta(t)$, образуют на выходах умножителей \mathcal{Y} напряжения вида

$$u_{nn}(t) = b_n \alpha e^{-\alpha t} L_n(\alpha t).$$

На выходе сумматора напряжение описывается уравнением

$$u_{\Sigma}(t) = \sum_{n=0}^N b_n \alpha e^{-\alpha t} L_n(\alpha t).$$

Блок переменных коэффициентов (БПК) генерирует функцию

$$u_2(t) = \frac{1}{\alpha} e^{\alpha t}.$$

На выходе последнего умножителя образуется напряжение, регистрируемое каким-либо типом регистрирующего устройства (РУ) в виде

$$u_3(t) \approx R_N(\tau=t) = \sum_{n=0}^N \alpha_n L_n(\alpha t).$$

Схема коррелометра получается довольно громоздкой. Однако если иметь в виду, что число членов разложения может быть небольшим (порядка 5—6), и учесть простоту элементов, входящих в схему, можно считать, что такой тип коррелометра окажется существенно проще, чем многоканальный коррелометр с устройством экстраполяции.

Сейчас преимущественно развивается техника измерения корреляционных функций, так как время получения корреляционной функции оказывается меньше времени получения спектральной плотности при равных ошибках, связанных с конечным временем усреднения [Л. 24]. Однако в области сравнительно высоких частот, где потребное время усреднения оказывается незначительным, спектральный анализ используется весьма широко.

По определению, спектральная плотность мощности является характеристикой распределения мощности по частотам:

$$G(\omega) = \frac{dP_{\text{ш}}}{d\omega},$$

или в конечных приращениях

$$G_{\Delta}(\omega) = \frac{\Delta P}{\Delta \omega}. \quad (111)$$

Отсюда непосредственно следует, что измерители спектральной плотности должны иметь устройства, позволяющие выделить из сигнала полосу частот $\Delta\omega$, в пределах которой спектральная плотность приблизительно может считаться постоянной, и измерять мощность выделенного фильтром сигнала.

Время корреляции процесса имеет порядок $2\pi/\Delta\omega$, где $\Delta\omega$ — полоса пропускания фильтра, поэтому для получения малых ошибок измерения спектральной плотности необходимо иметь достаточно большое время усреднения. При заданном времени измерения спектральной плотности существует оптимальное соотношение между шириной полосы избирательного фильтра и шириной спектральной плотности исследуемого процесса, при котором точность измерений оказывается наивысшей.

Обычно для определения спектрального состава случайных сигналов используют анализаторы спектров, предназначенные для анализа регулярных сигналов. В указанных приборах на выход избирательного устройства включается линейный детектор. Только в этом случае прибор дает неискаженное представление о спектре регулярного сигнала.

Характеристика идеального линейного детектора имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} I_d &= S_d u_{вх} \text{ при } u_{вх} > 0; \\ I_d &= 0 \text{ при } u_{вх} \leq 0, \end{aligned} \right\} \quad (112)$$

где S_d — крутизна характеристики.

Учитывая, что процесс на выходе узкополосного избирательного фильтра всегда будет близок к нормальному, для среднего значения тока на выходе такого детектора можно записать [Л. 7]:

$$I_{до} = \frac{S_d \sigma_\Phi}{\sqrt{2\pi}},$$

где σ_Φ — эффективное напряжение шумов.

В то же время для анализа спектральной плотности необходимо иметь детектор, у которого ток определялся бы уравнением

$$I_{до} = k_d \sigma_\Phi^2, \quad (113)$$

где k_d — коэффициент пропорциональности.

Равенство (113) удовлетворяется только при использовании детектора с характеристикой:

$$I_{до} = \beta_d u_{вх}^2. \quad (114)$$

Все реальные детекторы имеют характеристики, отличающиеся и от (112) и от (114).

Более того, справедливость той или иной аппроксимации характеристики детектора зависит от амплитуды поданного на него сигнала. При большом напряжении лучшее приближение дает уравнение (112), а при малом — уравнение (114).

Указанное обстоятельство неизбежно приводит к появлению дополнительных погрешностей при измерении спектральной плотности сигнала. Поэтому исследование спектральных плотностей с использованием спектроанализаторов пригодно только для получения качественных результатов. Для получения количественных характеристик целесообразно измерять корреляционную функцию, а спектральную плотность вычислять по формуле (7).

Все анализаторы спектра по используемому в нем принципу частотной селекции сигналов разделяют на две группы: с последовательным и параллельным анализом. В приборах с параллельным анализом используется n фильтров, перекрывающих весь спектр исследуемого процесса, n -детектора и усредняющих устройств. После детектирования и усреднения сигналы подаются последовательно или вольтметр постоянного тока или на вертикально отклоняющие пластины осциллографической трубки.

Временная (частотная) развертка осциллографа осуществляется синхронно с подключением к выходам соответствующих усредняющих схем.

При последовательном анализе используется одна избирательная система, перестраиваемая по диапазону или с фиксированной настройкой. В последнем случае по оси частот перестраивается исследуемый процесс, для чего этот процесс умножается на синусоидальное напряжение перестраиваемого по частоте гетеродина. Индикация осуществляется, как и при параллельном анализе, с помощью осциллографической трубки, развертка луча которой синхронная с перестройкой гетеродина.

Анализаторы спектра с последовательным анализом не имеют принципиальных ограничений по разрешающей способности. Вместо полосового фильтра в нем можно использовать фильтр нижних частот, а спектр исследуемого процесса гетеродинировать в область ча-

стот, близких к нулю. Приборы такого типа оказываются весьма полезными при точном анализе спектров. В качестве устройств, осуществляющих возведение в квадрат и усреднение, при параллельном анализе удобно использовать термодпары.

В заключение отметим, что, как и при корреляционном анализе, при спектральном анализе имеются возможности сокращения времени измерения при сохранении точности. Одним из возможных способов является компрессия (сжатие) сигнала по времени (см., например, [Л. 24]).

Источником методических погрешностей при измерении корреляционных функций и спектральных плотностей является конечное время усреднения сигнала на выходе умножителя и квадратора.

Обычно ограничиваются оценкой методической погрешности для $R(0) = \sigma^2$, так как ошибка является убывающей функцией τ . В связи с этим как для спектроанализаторов, так и коррелометров минимальное время усреднения может определяться на основании формулы (86).

ЛИТЕРАТУРА

1. Тетерич Н. М., Генераторы шума, Госэнергоиздат, 1961.
2. Долгирев Е. И., Малеев П. М., Сидоренко В. В., Детекторы ядерных излучений, Судпромгиз, 1961.
3. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н., Вероятностный анализ систем автоматического управления. ч. 1, 2, «Советское радио», 1963.
4. Голенко Д. И., Образование случайных величин с произвольным законом распределения, «Вычислительная математика», 1959, № 5.
5. Голенко Д. И., Смирягин В. П., Датчики случайных чисел, Труды Математического института Венгерской АН, серия А, 15, 1960, № 3.
6. Романовский Ю. М., Генератор шумов низкой частоты, «Приборы и техника эксперимента», 1958, № 4.
7. Бунимович В. И., Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, «Советское радио», 1951.
8. Петровский А. М., Обзор методов генерирования инфразвуковых флуктуационных э. д. с., Труды второго всесоюзного совещания по теории автоматического регулирования, АН СССР, т. III, 1955.
9. Калачев М. Г., Генератор случайных импульсных последовательностей с использованием магнитной записи, «Автоматика и телемеханика», 1962, № 2.
10. Быков Ю. М., Генерирование флуктуационного шума для исследования систем автоматического регулирования в области инфранизких частот, «Автоматика и телемеханика», т. 22, 1961, № 8.
11. Левин Б. Р., Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике, «Советское радио», 1960.
12. Кузьмин А. Д., Широкодиапазонный шумовой генератор дециметрового диапазона, «Радиотехника», 1958, № 7.
13. Бусленко Н. П., Голенко Д. И., Соболев И. М., Срагович В. Г., Шрейдер Ю. А., Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло), Физматгиз, 1962.
14. Тихонов В. И., К вопросу об измерении электрических флуктуаций при помощи термоэлектрических приборов, ЖТФ, 25, 1955, № 5.
15. Орлов Ю. М., Усков А. С., Принцип построения и схема многоканального коррелографа, «Автоматика и телемеханика», 1962, № 4.

16. Усков А. С., Орлов Ю. М., Принципы построения и схема многоканального коррелографа — специализированной вычислительной машины непрерывного действия для статистической обработки случайных процессов в промышленных системах автоматического управления, Доклад на втором Международном конгрессе ИФАК, Москва, 1963.

17. Крыже И., Универсальный статистический анализатор, Доклад на втором Международном конгрессе ИФАК, Москва, 1963.

18. Гершман С. Г., Интерференционный способ измерения коэффициентов корреляции стационарных шумов, Труды комиссии по акустике, изд. АН СССР, сб. № 8, 1955.

19. Александров М. С., Прибор ИДК для измерения статистических характеристик случайных напряжений, «Приборы и техника эксперимента», 1959, № 4.

20. Малахов А. Н., Высокочувствительный спектроанализатор низкочастотных шумов, «Приборы и техника эксперимента», 1958, № 1.

21. Сухарев Е. М., Репин В. Г., Коррелятор на линейных фильтрах, Труды Московского физико-технического института, вып. 2, 1958.

22. Солодовников В. В., Статистический метод и аппаратура для определения динамических характеристик объектов управления, «Автоматическое управление и вычислительная техника», Машгиз, вып. 5, 1962.

23. Чайковский В. И., Методы экспериментального определения корреляционных функций, «Радиотехника», Известия вузов, 1960, № 5.

24. Определение параметров случайных процессов (сборник статей), перевод с англ. под ред. Чайковского В. И., ГИТЛ УССР, 1962.

25. Гофф К., Аналоговый электронный коррелятор для акустических измерений, сборник переводов «Проблемы современной физики», вып. 8, 1956.

26. Акопян И. Г., Способ осциллографического измерения законов распределения случайных величин, «Приборы и техника эксперимента», 1959, № 1.

27. Соколов М. П., Автоматический одноканальный амплитудный анализатор с записью спектра, «Приборы и техника эксперимента», 1959, № 5.

28. Букарев В. А., Приборы для измерения флуктуаций при регистрации радиоактивного излучения, «Приборы и техника эксперимента», 1960, № 3.

29. Маляревский Н. М., К вопросу о погрешности измерения кривой распределения вероятностей случайного процесса, «Радиотехника», Известия вузов, 1962, № 2.

30. Goodman T. P., Technique for approximate measurement of correlation coefficients, Appl. Phys., July 1956, 27, № 7.

31. Fey P., Einfache Korrelationsmessverfahren, Nachrichtentechnik, April 1959, 6, № 4.

32. Lampard D. C., A new method of determining correlation functions of stationary time series, Proc. IEE, pt C, 1955, v. 102.

33. Дьямантидес Н. Д., Генератор белого шума для испытания систем управления, Electronics (русский перевод), 1962, № 1.

34. Bell D. A., Low-frequency noise generator, Electronic Technology, 1960, № 6, v. 37.

35. Beecher D. E., Bennet R. R., Low H., Stabilized noise source for air-weapons design, Electronics, 1954, № 7, v. 27.

36. Slater N. T., A low frequency noise generator, Electronic Engineering, 1960, № 8.

37. Bennet W. R., Equipment for generating noise, Electronics, 1956, № 4.

38. Дунин-Барковский И. В., Смирнов Н. В., Теория вероятности и математическая статистика в технике (общая часть), Госэнергоиздат, 1955.

Бобнев Матвей Петрович
**Генерирование случайных сигналов и измерение их
параметров.**

М.—Л., изд-во „Энергия“, 1966, 120 стр. с илл.

Библиотека по радиоэлектронике

3-3-12

341-66

Редактор *Б. Х. Кривицкий* Техн. редактор *В. Н. Малькова*
Обложка художника *Е. В. Никитина*

Сдано в набор 18/I 1966 г.	Подписано к печати 29/IV 1966 г.
Т-07107 Бумага типографская № 2 84×108 ¹ / ₃₂	Печ. л. 6,3 Уч.-изд. л. 5,88
Тираж 12 000 экз.	Цена 29 коп. Заказ 2058

Московская типография № 10 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР.
Шлюзовая наб., 10.

Цена 29 коп.